

Exemple 3 Intérêts composés

Un capital initial C_0 placé à un taux d'intérêt composé annuel signifie que l'intérêt est calculé à la fin de chaque année sur le capital initial et les intérêts accumulés.

Un capital de 1000 CHF est placé avec un taux d'intérêt de 3%.
Quel sera le capital au bout de 5 ans?

$$C_0 = 1000$$

1 an $C(1) = 1000 + \underbrace{0,03 \cdot 1000}_{30} = 1030 \text{ CHF}$

2 ans $C(2) = 1030 + \underbrace{0,03 \cdot 1030}_{30,9} = 1060,9 \text{ CHF}$

3 ans $C(3) = 1060,9 + 0,03 \cdot 1060,9 \cong 1092,73 \text{ CHF}$

4 ans $C(4) \cong 1092,73 + \dots \cong 1125,51 \text{ CHF}$

5 ans $C(5) \cong 1159,28 \text{ CHF}$

Diagram illustrating the compounding process:

- Red arrows show the sequence of multiplications by 1,03: $\cdot 1,03$, $\cdot 1,03$, $\cdot 1,03$, $\cdot 1,03$, $\cdot 1,03$.
- Green equations show the resulting values: $= \frac{1030}{1000}$, $= \frac{1060,9}{1030}$, and $\cdot 1,03^5$.

Quel capital au bout de n années? $C(n) = 1000 \cdot 1,03^n$

$C(0) = C_0$ capital initial avec taux i (forme décimale)

$$\underline{C(1)} = C_0 + iC_0 = \underline{C_0(1+i)}$$

$$\begin{aligned}\underline{C(2)} &= \underline{C_0(1+i)} + i \cdot \underline{C_0(1+i)} = \underline{C_0(1+i)(1+i)} \\ &= \underline{C_0(1+i)^2}\end{aligned}$$

$$C(3) = \underline{C_0(1+i)^2} + i \cdot \underline{C_0(1+i)^2}$$

$$= \underline{C_0(1+i)^2}(1+i) = C_0(1+i)^3$$

$$\vdots$$

$C(n) = C_0(1+i)^n$

 formule p. 12

ex 1.2.22/23/24