

Équations exponentielles et logarithmes

Nom Prénom :

Durée : 20 min. Calculatrice et formulaire autorisés.

Indiquer le détail des calculs et/ou du raisonnement.

Exercice

Résoudre les équations suivantes et donner les ensembles solutions.

a) $4^{3x} = 5$ | $\log_4(\quad)$

$$3x = \log_4(5)$$

$$x = \frac{\log_4(5)}{3} \Rightarrow \underline{S = \left\{ \frac{\log_4(5)}{3} \right\}}$$

b) $\log_7(x) = 2$ | $7^{(\quad)}$

$$x = 7^2$$

$$\text{vérif: } \log_7(49) = 2 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{49\}}$$

c) $\ln(x^2 - 3x + 2) = 2\ln(x - 1)$

$$\ln(x^2 - 3x + 2) = \ln((x-1)^2)$$

$$x^2 - 3x + 2 = x^2 - 2x + 1$$

$$1 = x$$

$$\text{vérif: } \ln(\underbrace{1-3+2}_{=0}) = \quad \quad \quad \times$$

$$\Rightarrow \underline{S = \emptyset}$$

$$d) \log(x - 25) + \log(x - 4) = 2$$

$$\log[(x-25)(x-4)] = 2 \quad (10^1)$$

$$(x-25)(x-4) = 10^2$$

$$x^2 - 29x + 100 = 100$$

$$x^2 - 29x = 0$$

$$x(x-29) = 0$$

$$x = \begin{cases} 0 \\ 29 \end{cases} \quad \text{verif: } \begin{cases} \log(-25) \quad \text{X} \\ \log(4) + \log(25) = 2 \quad \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{29\}}$$

$$e) 4(1 - 0,2e^{-0,01t})^2 = 1$$

$$(1 - 0,2e^{-0,01t})^2 = \frac{1}{4}$$

$$1 - 0,2e^{-0,01t} = \frac{1}{2}$$

$$-0,2e^{-0,01t} = -0,5$$

$$e^{-0,01t} = 2,5$$

$$-0,01t = \ln(2,5)$$

$$t = \frac{\ln(2,5)}{-0,01} = -100 \ln\left(\frac{5}{2}\right) \cong -91,63$$

$$\Rightarrow \underline{S = \left\{ -100 \ln\left(\frac{5}{2}\right) \right\}}$$