

Chapitre 4

Manipulation de formules

4.1 Transformation de formules

Exercice 4.1 Soit la formule $C = 2\pi R$

donnant la circonférence C d'un cercle de rayon R .

Résoudre la formule de la circonférence relativement à R , puis déterminer le rayon (en cm, arrondi au mm près) d'un cercle dont la circonférence mesure 20 cm.

Exercice 4.2 Soit la formule des intérêts simples $I = \frac{C \cdot t \cdot n}{100}$

où I représente les intérêts, C le capital placé, t le taux annuel (donné en %) et n est le nombre d'années du placement.

a) Résoudre la formule des intérêts simples relativement à C , puis calculer le capital à placer pendant 5 ans pour obtenir 1'200 francs d'intérêts à un taux de 3% :

b) Résoudre la formule des intérêts simples relativement à t , puis calculer le taux pour obtenir 1'500 francs d'intérêts en plaçant 10'000 francs pendant 4 ans :

c) Résoudre la formule des intérêts simples relativement à n , puis déterminer la durée de placement d'un capital de 8'000 francs si l'on obtient 1'200 francs d'intérêts en le plaçant à 2,5 % :

Exercice 4.3 Soit la formule $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$

donnant l'aire A d'un triangle en fonction de sa base b et de sa hauteur h .

- a) Résoudre la formule de l'aire relativement à b , puis déterminer la longueur de la base d'un triangle d'aire 68 cm^2 et dont la hauteur mesure $8,5 \text{ cm}$:

- b) Résoudre la formule de l'aire relativement à h , puis déterminer la hauteur d'un triangle d'aire 20 cm^2 et dont la base mesure $3,2 \text{ cm}$:

Exercice 4.4 Soit la formule de la loi d'Ohm $R = \frac{U}{I}$

où R est la résistance (en ohm $[\Omega]$), U la tension (en volt $[\text{V}]$) et I l'intensité d'un courant électrique (en ampère $[\text{A}]$).

- a) Exprimer U en fonction de R et I :

- b) Exprimer I en fonction de R et U :

Exercice 4.5 Soit la formule de la loi de gravitation de Newton $F = G \cdot \frac{m \cdot M}{d^2}$ où :

- F est la force de gravitation (en newton [N])
- G la constante gravitationnelle ($G \simeq 6,673 \cdot 10^{-11}$ [N · m² · kg⁻²])
- m et M les masses (en kilogramme [kg]) des deux corps
- d la distance (en mètre [m]) entre les centres de gravité de ces corps.

a) Exprimer m en fonction de F , G , M et d :

b) Exprimer d en fonction de F , G , m et M :

Exercice 4.6 Soit la formule $d = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$

donnant la distance d [m] parcourue par un corps en chute libre en fonction du temps t [s] et de sa vitesse initiale v_0 [m · s⁻¹].

g est l'accélération gravitationnelle sur Terre ($g \simeq 9,81$ [m · s⁻²] à notre latitude, au niveau de la mer).

Exprimer v_0 en fonction de d , g et t :

Exercice 4.7

On rencontre en mécanique les formules suivantes :

- $E_p = mgh$

où E_p est l'énergie potentielle (en joule [J]), m la masse [kg], g l'accélération gravitationnelle sur Terre ($g \simeq 9,81$ [m · s⁻²] à notre latitude, au niveau de la mer) et h l'altitude [m].

- $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

où E_c est l'énergie cinétique (en joule [J]), m la masse [kg] et v la vitesse [m · s⁻¹].

Si $E_p = E_c$, exprimer v en fonction de g et h :

4.2 Problèmes

Exercice 4.8

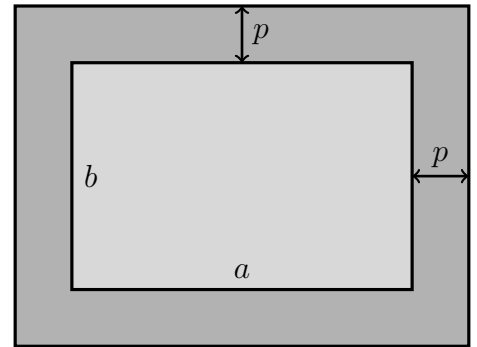
Un maraîcher demande un prix p (donné en francs) par kilogramme de pommes livrées et un forfait f (donné en francs) pour la livraison. Posons T le prix (donné en francs) pour q kilogrammes de pommes livrées.

- a) Donner la formule permettant d'obtenir T en fonction de p , f et q .
- b) En utilisant la formule obtenue en a), exprimer f en fonction de T , p et q .
- c) En utilisant la formule obtenue en a), exprimer q en fonction de T , p et f .
- d) Sachant que le maraîcher facture 80 francs pour 20 kilogrammes de pommes livrées et 115 francs pour 30 kilogrammes de pommes livrées, déterminer p et f .

Exercice 4.9

Un terrain rectangulaire de longueur a et de largeur b est entièrement entouré par une bande de largeur p (les grandeurs sont données en mètres). Soit S l'aire de la bande.

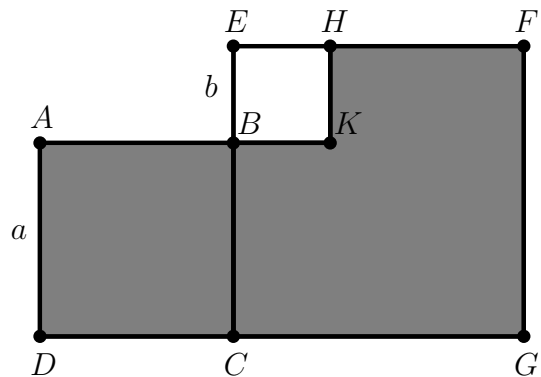
- a) Donner la formule permettant d'obtenir S en fonction de a , b et p .
- b) En utilisant la formule obtenue en a), exprimer b en fonction de S , a et p .
- c) Déterminer ~~les dimensions du terrain rectangulaire~~
b sachant que la bande a une largeur de 3 m et mesure 216 m^2 et que ~~la longueur mesure 6 m de plus que la largeur.~~ **$a = 18 \text{ cm}$**



Exercice 4.10

Dans la figure ci-contre, les quadrilatères $ABCD$, $EFGC$ et $EHKB$ sont des carrés. Soit a la longueur (en cm) du côté du carré $ABCD$ et b la longueur (en cm) du côté du carré $EHKB$. Soit S l'aire totale de la surface grisée.

- Donner la formule permettant d'obtenir S en fonction de a et b .
- En utilisant la formule obtenue en a), exprimer b en fonction de S et a .
- Déterminer ~~les longueurs a et b~~ sachant que l'aire totale grisée est de 80 cm^2 et que ~~le côté du carré $EFGC$ mesure 8 cm .~~
 $a = 5 \text{ cm}$



4.3 Solutions des exercices

4.1 $R = \frac{C}{2\pi}$; $R \cong 3,2 \text{ cm}$

4.2

a) $C = \frac{100I}{tn}$; $C = 8'000 \text{ francs}$

b) $t = \frac{100I}{Cn}$; $t = 3,75 \%$

c) $n = \frac{100I}{Ct}$; $n = 6 \text{ ans}$

4.3 a) $b = \frac{2A}{h}$; $b = 16 \text{ cm}$

b) $h = \frac{2A}{b}$; $h = 12,5 \text{ cm}$

4.4 a) $U = RI$ [V]

b) $I = \frac{U}{R}$ [A]

4.5 a) $m = \frac{Fd^2}{MG}$ [kg]

b) $d = \sqrt{\frac{GmM}{F}}$ [m]

4.6 $v_0 = \frac{2d - gt^2}{2t} = \frac{d}{t} - \frac{1}{2}gt$ [m · s⁻¹]

4.7 $v = \sqrt{2gh}$ [m · s⁻¹]

4.8

a) $T = pq + f$

c) $q = \frac{T - f}{p}$

b) $f = T - pq$

d) $p = 3,50 \text{ francs/kg}$ et $f = 10 \text{ francs}$

4.9

a) $S = 2ap + 2bp + 4p^2$

b) $b = \frac{S - 2ap - 4p^2}{2p}$

c) $a = 18 \text{ m}$ et $b = 12 \text{ m}$

4.10

a) $S = 2a^2 + 2ab$

b) $b = \frac{S - 2a^2}{2a}$

c) $a = 5 \text{ cm}$ et $b = 3 \text{ cm}$