

Ch2 Analyse

Rappels

Déf : Une fonction f est une correspondance d'un ensemble A vers un ensemble B

qui à tout élément x de A fait correspondre un et un seul élément y de B .

ens. de départ

ens. d'arrivée

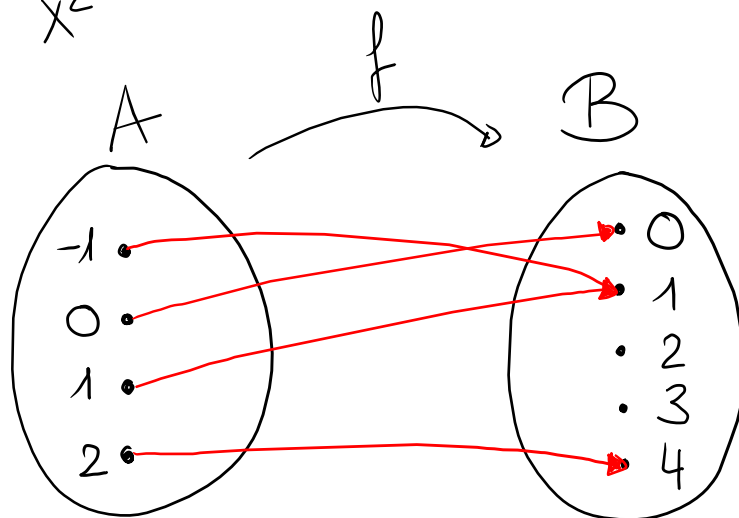
$$f: A \rightarrow B$$
$$x \mapsto y = f(x)$$

image de x par f .

préimage de y par f .

Exples : 1) $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ et $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

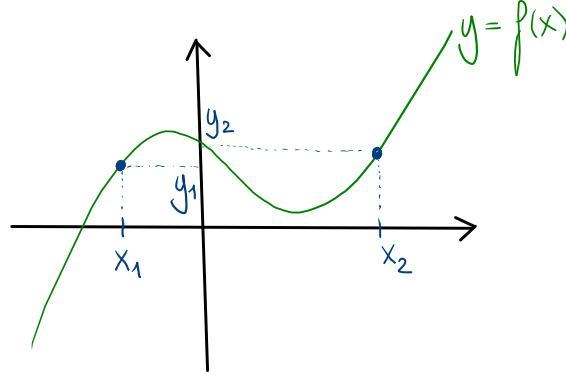
$$f(x) = x^2$$



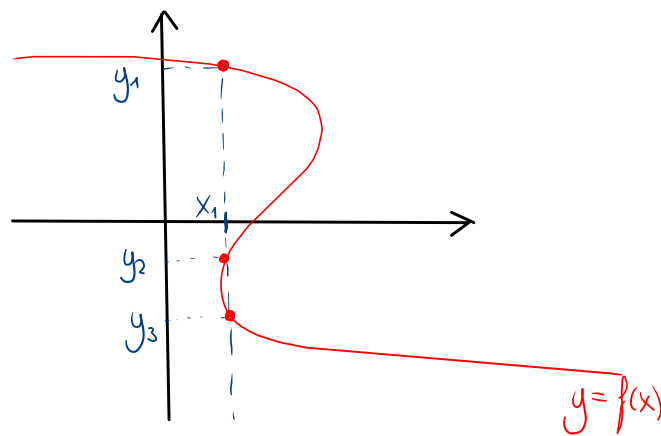
est une fonction.

Dans ce même exple si $B = \{0, 1, 2\}$ alors $f(x) = x^2$ ne serait pas une fonction car 2 n'aurait pas d'image.

2)

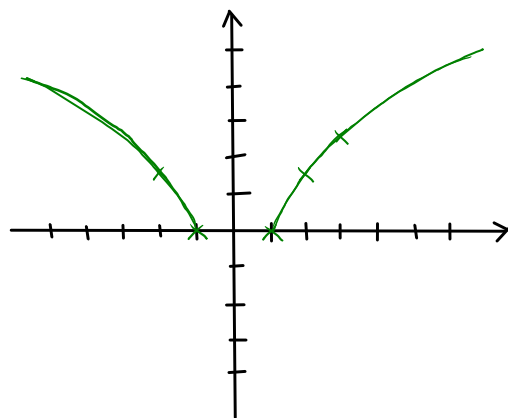
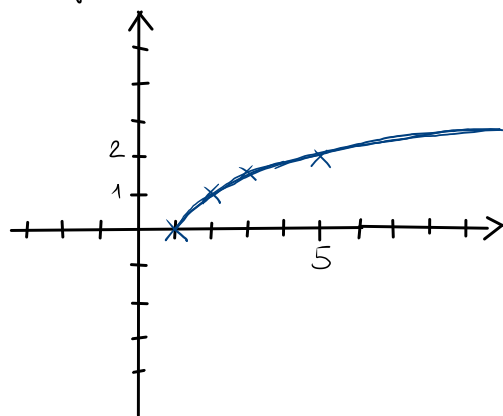


est une fonction



n'est pas une fonction
x a 3 images

3) $f(x) = \sqrt{x-1}$ et $g(x) = \sqrt{x^2-1}$



x	f(x)	g(x)
-2	/	$\sqrt{4-1} = \sqrt{3} \approx 1,7$
-1	/	$\sqrt{1-1} = 0$
0	/	/
1	$0 = \sqrt{1-1} = 0$	$\sqrt{1-1} = 0$
2	$\sqrt{2-1} = \sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4-1} \approx 1,7$
3	$\sqrt{3-1} = \sqrt{2} \approx 1,4$	$\sqrt{9-1} = \sqrt{8} \approx 2,8$
5	$\sqrt{5-1} = \sqrt{4} = 2$	$\sqrt{25-1} = \sqrt{24} \approx 4,9$

g est une fonction si $x \geq 1$ ou si $x \leq -1$
 $x \in]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$
 $= A$

f est une fonction si $A = [1; +\infty[$.

Si $A = \mathbb{R}$, f n'est pas une fonction
car -2 n'a pas d'image

Déf: l'ensemble de définition de f est l'ensemble des valeurs de x qui ont une image par f . On le note $ED(f)$ (ou D_f)

Exemples: 1) $f(x) = 2x^2 + 5x - 1$

$$ED(f) = \mathbb{R}$$

2) $f(x) = \frac{x+3}{x}$

$$ED(f) = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$$

3) $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$

$$ED(f) = \mathbb{R} - \{1\}$$

4) $f(x) = \sqrt{x-2}$

$$ED(f) = [2; +\infty[$$

5) $f(x) = \ln(x-2)$

$$\text{condition: } \begin{array}{l} x-2 \geq 0 \\ x \geq 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} | \\ +2 \end{array}$$

$$\text{cond: } \begin{array}{l} x-2 > 0 \\ x > 2 \end{array}$$

$$\Rightarrow ED(f) =]2; +\infty[$$

Pour déterminer $ED(f)$ il faut regarder les opérations "interdites",
c'est à dire non définies :

- Pas de division par zéro ,
- pas de racine carrée de nombre négatif ,
- pas de logarithme de nombre négatif ou nul
- pas de tangente de $\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Exemples : 1) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$

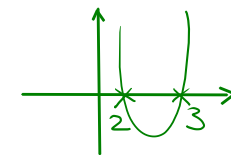
condition : $x^2 - 5x + 6 \neq 0$
 $(x-3)(x-2) \neq 0$
 r.i. $\downarrow$ 3 ; $\downarrow$ 2

$\Rightarrow ED(f) = \mathbb{R} - \{2; 3\}$

2) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

condition : $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

x	2	3
sgn($x^2 - 5x + 6$)	+ 0	- 0 +



$\Rightarrow ED(f) =]-\infty; 2] \cup [3; +\infty[$

3) $f(x) = 2 + \log(x^2 - 5x + 6)$

condition : $x^2 - 5x + 6 > 0$

$\Rightarrow ED(f) =]-\infty; 2[\cup]3; +\infty[$