

Fonctions avec une racine carrée

$$f(x) = \sqrt{g(x)} \quad \text{condition : } g(x) \geq 0$$

Pour déterminer l'ensemble de définition de f on doit faire une étude de signe de la fonction g . (Résoudre l'inéquation $g(x) \geq 0$)

Exemples

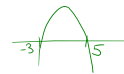
1) $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 15}$

cond : $-x^2 + 2x + 15 \geq 0$

$$-(x^2 - 2x - 15) \geq 0$$

$$-(x-5)(x+3) \geq 0$$

x	-3	5
sgn(-x^2+2x+15)	-	+



$$\Rightarrow \text{ED}(f) = [-3; 5]$$

signe de f : zéros de f : $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \begin{matrix} -3 \\ 5 \end{matrix}$

x	-3	5
sgn(f)	0	0

2) $f(x) = -\sqrt{2-x}$

condition : $2-x \geq 0 \quad | -2$
 $-x \geq -2 \quad | \div (-1) \quad \triangle$
 $x \leq 2$

ou

x	2
sgn(2-x)	+

$$\Rightarrow \text{ED}(f) =]-\infty; 2]$$

signe :

x	2
sgn(f)	0

3) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

cond : $\frac{x+1}{x-1} \geq 0$ zéro : -1
v.i : 1

x	-1	1
sgn((x+1)/(x-1))	+	-

$f(\infty) = \frac{+}{+}$

$$\Rightarrow \text{ED}(f) =]-\infty; -1] \cup]1; +\infty[$$

signe :

x	-1	1
sgn(f)	+	+

4) $f(x) = x\sqrt{-x^2+4}$

cond : $-x^2 + 4 \geq 0$

$$-(x+2)(x-2) \geq 0$$

x	-2	2
sgn(-x^2+4)	-	+

$$\Rightarrow \text{ED}(f) = [-2; 2]$$

signe : zéros de f : $x\sqrt{-x^2+4} = 0$
 $\begin{matrix} \text{O} \\ \text{O} \end{matrix} \quad \pm 2$

x	-2	0	2
sgn(f)	0	0	0

$f(-1) = -1\sqrt{3} = -\sqrt{3} < 0$
 $f(1) = 1\sqrt{3} = \sqrt{3} > 0$

$$5) f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$$

$$\text{cond : } x+1 \geq 0 \quad \underline{\text{et}} \quad x-1 \geq 0 \quad \text{et} \quad \underbrace{\sqrt{x-1} \neq 0}_{x \neq 1}$$

$$x-1 > 0$$

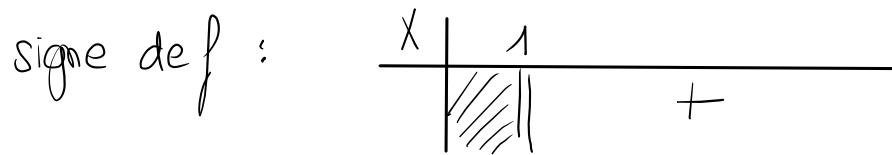
$$\underline{x \geq -1} \quad \underline{\text{et}}$$

$$\underline{x > 1}$$



$$ED(f) =]1; +\infty[$$

$$\text{zéro de } f : \sqrt{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = -1 \notin ED(f) \Rightarrow \text{pas de zéro}$$



Exemples (suite)

6) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x+2}$

cond : $x^2 - 1 \geq 0$ et $x+2 \neq 0$

$(x+1)(x-1) \geq 0$

$x \neq -2$

x	-1	1
sgn(x ² -1)	+	-

$$ED(f) =]-\infty; -2[\cup]-2; -1] \cup [1; +\infty[$$

$$=]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[- \{-2\}$$

zéros : $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x^2-1}}{x+2} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-1} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

signe :

x	-2	-1	1
sgn(f)	-	+	0

$f(+\infty) : \frac{+}{+}$

ex 2.2.3 d) f) ED(f) + signe