Reprenons l'exemple $f(x) = \dfrac{x^2+x-6}{x^2-6x+8}$ $\qquad ED(f) = \mathbb{R} - \{2; 4\}$

et voyons ce qui se passe au voisinage de $x=4$

$$\lim_{x \to 4} \frac{x^2+x-6}{x^2-6x+8} = \text{“}\frac{16+4-6}{0}\text{”} = \text{“}\frac{14}{0}\text{”} = \pm\infty \begin{cases} \xrightarrow{x<4} -\infty \\ \xrightarrow{x>4} +\infty \end{cases}$$

à la màc : $\dfrac{14}{0{,}1} = 140$

$\dfrac{14}{0{,}01} = 1400$

$\dfrac{14}{0{,}00001} = 1'400'000$

Plus on divise 14 par un nombre proche de zéro,
plus le résultat devient grand, à la limite le résultat tend vers l'infini

On dit que $x=4$ est une asymptote de $y = f(x)$.

Exples

1) $$\lim_{x \to -1} \frac{x^3+1}{x^2+2x+1} \overset{\text{“}\frac{0}{0}\text{”}}{=} \lim_{x \to -1} \frac{\cancel{(x+1)}(x^2-x+1)}{(x+1)^{\cancel{2}}} = \lim_{x \to -1} \frac{x^2-x+1}{x+1} = \text{“}\frac{1+1+1}{0}\text{”} = \text{“}\frac{3}{0}\text{”} = \pm\infty = \infty$$

2) $$\lim_{x \to -1} \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{\underbrace{x^2-1}_{(x+1)(x-1)}} \right) = \text{“}\frac{-1}{0}\text{”} - \text{“}\frac{-2}{0}\text{”} = \text{“}\infty - \infty\text{”}$$

f.i.

$$= \lim_{x \to -1} \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \to -1} \frac{x^2-x-x+1}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \to -1} \frac{x^2-2x+1}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \text{“}\frac{1+2+1}{0}\text{”} = \text{“}\frac{4}{0}\text{”} = \pm\infty$$

ex 2.4.14

d) $$\lim_{\substack{x \to 5 \\ >}} \frac{x-3}{5-x} = \lim_{x \to 5_+} \frac{x-3}{5-x} = \text{“}\frac{2}{0_-}\text{”} = -\infty$$