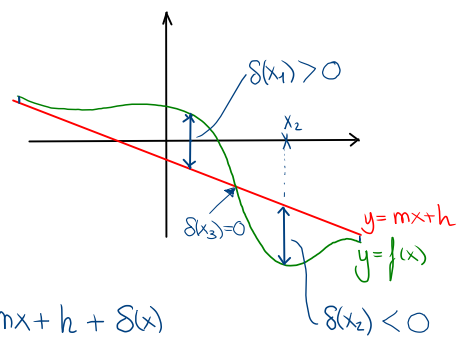


Position relative de la fonction et de l'AO au AO

1) AO



$$f(x) = mx + h + \delta(x)$$

L'étude de signe de $\delta(x)$ nous donne la position relative de la fct par rapport à l'asymptote.

Exple $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 2x - 3} = \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{(x-3)(x+1)}$

1) $ED(f) = \mathbb{R} - \{-1, 3\}$

2) zéro : 1 $\Rightarrow$ signe

x	-1	1	3
f	-	+	-

 $\leftarrow f(1000) : \frac{+}{+}$

3) AV : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{-2}{0} = \infty \Rightarrow$ AV : $x = -1$ du type $\sqrt{\quad}$
 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{26}{0} = \infty \Rightarrow$ AV : $x = 3$ du type $\sqrt{\quad}$
"nbe $\neq 0$ "

AO : car $\deg(N) = \deg(D) + 1$ ou car $3 = 2 + 1$

$$\begin{array}{r|l} x^3 & -1 \\ -x^3 + 2x^2 + 3x & \\ \hline 2x^2 + 3x - 1 & \\ -2x^2 + 4x + 6 & \\ \hline 7x + 5 & \end{array} \Rightarrow f(x) = x + 2 + \frac{7x+5}{x^2-2x-3}$$

$\Rightarrow$ AO : $y = x + 2$ et $\delta(x) = \frac{7x+5}{x^2-2x-3}$

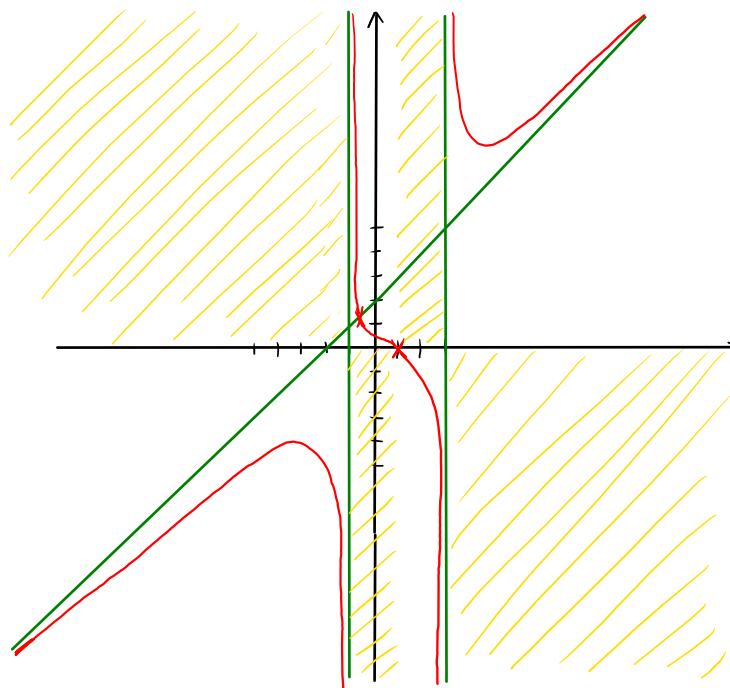
étude de position : étude de signe de $\delta(x) = \frac{7x+5}{(x-3)(x+1)}$ $\sim$ v.i : -1 et 3

zéro de $\delta(x)$: $7x+5 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{7}$

x	-1	-5/7	3	
sgn(δ)	-	+	-	+

position de f p.r. l'AO : dessous, dessus, dessous, dessus

pt d'intersection $I(-\frac{5}{7}; |-\frac{5}{7}|) = I(-\frac{5}{7}; -\frac{5}{7} + 2)$



2) AH

Dans ce cas $f(x) = mx + h + S(x) \Rightarrow f(x) = h + S(x)$ avec $y = h$ équation de l'AH
 $m=0$

Rappel: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = h \Rightarrow y = h$ est l'AH.

Comme pour l'AO, le signe de $S(x)$ nous donne la position relative de $y = f(x)$ et de l'AH
 avec $S(x) = f(x) - h$

Exemple: $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + 1} = \frac{x(2x - 3)}{x^2 + 1}$ $\leftarrow$ zéros: 0 et $\frac{3}{2}$
 $\leftarrow$ pas de v.i

1) $ED(f) = \mathbb{R}$

2) signe

x	0	$\frac{3}{2}$
f	+	-

 $f(1000): \frac{+}{+}$

3) AV/trau:

AH/AO: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2 \Rightarrow$ AH: $y = 2$

position relative: $S(x) = f(x) - 2 = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + 1} - 2$

$$= \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + 1} - \frac{2(x^2 + 1)}{x^2 + 1}$$

$$= \frac{2x^2 - 3x - 2x^2 - 2}{x^2 + 1} = \frac{-3x - 2}{x^2 + 1}$$

$$\leftarrow x = -\frac{2}{3}$$

$\leftarrow$ v.i aucune

signe

x	$-\frac{2}{3}$
S	+

 $S(1000): \frac{-}{+}$
 dessus I dessous
 $\hookrightarrow I(-\frac{2}{3}, 2)$
AH: $y = 2$

