

3.2 Exercices

Exercice 3.1 Produits remarquables

a) $(x + 2)^2 =$

i) $(5x - 2y)^2 =$

b) $(2x + 3)^2 =$

j) $(11x - 3y)^2 =$

c) $(5x - 2)^2 =$

k) $(10x + y)(10x - y) =$

d) $(4x - 3)^2 =$

l) $(8x + 5y)(8x - 5y) =$

e) $(x + 2)(x - 2) =$

m) $(x^2 + 2y)(x^2 - 2y) =$

f) $(6x + 7)(6x - 7) =$

n) $(2x^2 + 3y^3)^2 =$

g) $(x + 2y)^2 =$

o) $(4x^2y - 3xy^2)^2 =$

h) $(3x + 4y)^2 =$

p) $(6x^4 + 5ay^3)^2 =$

Exercice 3.2 Produits remarquables

a) $(x + 4)^2 - (x - 4)^2 =$

b) $(3x + 3y)^2 - 3(x + y)^2 =$

c) $(7x - 4)^2 + (3x + 5)(3x - 5) =$

d) $(a + b)^2 - (a + b)(a - b) =$

e) $(x - 2)(x^2 + 4)(x + 2) =$

f) $(2x + 3y)^2 - (x + 3y)(x - 2y) - 3(x - 7y)^2 =$

Exercice 3.3

Compléter les carrés dont font partie les polynômes (binômes) suivants.

Par exemple : $9x^2 + 12x + \dots\dots\dots$ donne $9x^2 + 12x + \boxed{4} = \boxed{(3x + 2)^2}$

a) $4x^2 + 4x + \dots\dots\dots$

b) $4x^2y^2 + \dots\dots\dots + 9$

c) $16a^4 - 8a^2y^2 + \dots\dots\dots$

d) $9x^4 + \dots\dots\dots + 16y^6$

Exercice 3.4 Résoudre

a) $(x + 5)^2 - (x - 5)^2 = 500$

b) $(x + 5)^2 - (x - 3)^2 = 32$

c) $x^2 - (50 - x)^2 = 100$

Exercice 3.5

Un carré est tel que si son côté augmente d'un mètre, son aire augmente de 57 m^2 .
Calculer le côté de ce carré.

Exercice 3.6 Résoudre sans formule les équations suivantes.

a) $x^2 = 1$

e) $x^2 - 625 = 0$

b) $x^2 = 4$

f) $x^2 = -4$

c) $x^2 = 10$

g) $x^2 + 25 = 0$

d) $x^2 - 5x = 169 - 5x$

h) $x^2 = 0$

Exercice 3.7 Résoudre les équations suivantes par mise en évidence.

a) $x^2 + 7x = 0$

e) $\frac{10x^2}{3} = 11x$

b) $x^2 = 13x$

f) $\frac{3x}{10}x + \frac{10x}{3} = 0$

c) $3x^2 - 24x = 0$

g) $4x^2 + 2x - 5 = 5(x^2 - 1)$

d) $20x = -8x^2$

Exercice 3.8 Résoudre les équations à l'aide des identités remarquables.

a) $x^2 + 4x + 4 = 0$

f) $9x^2 = 24x - 16$

b) $x^2 + 9 = 6x$

g) $16x^2 - 49 = 0$

c) $x^2 - 25 = 0$

h) $5x^2 - 180 = 0$

d) $x^2 + 16 = 0$

i) $25x^3 - 60x^2 + 36x = 0$

e) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

j) $9x^2 + 100 - (48x + 36) = 0$

Exercice 3.9 Résoudre les équations en utilisant la factorisation des trinômes unitaires.

a) $x^2 + 5x + 6 = 0$

g) $y^2 + 7y + 12 = 0$

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

h) $y^2 + 15y + 56 = 0$

c) $x^2 - x - 6 = 0$

i) $x^2 + x - 56 = 0$

d) $x^2 + x - 6 = 0$

j) $x^2 - 18x + 81 = 0$

e) $x^2 + 3x + 2 = 0$

k) $a^2 + 3a - 54 = 0$

f) $x^2 + 2x - 3 = 0$

l) $a^2 - 10a + 21 = 0$

Exercice 3.10 Résoudre les équations à l'aide de la factorisation des trinômes unitaires.

a) $2x^2 - 30x + 88 = 0$

d) $(x + 7)(x + 3) = 12$

b) $3x = 10 - x^2$

e) $5x^2 - 7x + 24 = 4x^2 + 4x - 4$

c) $\frac{1}{5}x^2 + 4x = -20$

f) $\frac{x^2 - 23}{8} = \frac{11x + 3}{8}$

Exercice 3.11 Résoudre les équations suivantes par factorisation.

a) $(x - 1)^2 = 6x + 1$

d) $\frac{x^2 - 3}{7} - \frac{x - 6}{14} = 0$

b) $7x^2 + 9x = x^2 - 9x + 60$

e) $\frac{x^2 - 11}{5} + 3 = x$

c) $\frac{5}{2}(x^2 + 5x) + 5x + 30 = 0$

f) $\frac{1}{9}x^2 + 4x - 3 = 3(x - 1)$

Exercice 3.12 Résoudre les équations suivantes à l'aide de la formule générale.

a) $x^2 + 12x + 35 = 0$

b) $12x^2 - 60x + 75 = 0$

c) $-x^2 - 3 + 2x = 0$

d) $10y^2 + 31y - 14 = 0$

e) $x^2 + 6x + 9 = 0$

f) $25x - 25 - 6x^2 = 0$

Exercice 3.13 Résoudre les équations suivantes à l'aide de la formule générale.

a) $7x^2 - 252 = 0$

b) $7x^2 + 252 = 0$

c) $2x^2 - 3x + 2 = 0$

d) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

e) $9t^2 + 48t + 64 = 0$

f) $-72 + 26x - 2x^2 = 0$

Exercice 3.14 Résoudre les équations suivantes.

a) $6x^2 - x = 2$

b) $5x^2 + 13x = 6$

c) $x^2 + 2 = 5x$

d) $4x + 2 = -x^2$

Exercice 3.15 Résoudre les équations suivantes.

a) $(x + 1)(x - 3) = 2(23 - x)$

b) $(x - 2)^2 - 2x(x - 3) = 3x - 26$

c) $x^2 + (x + 2)^2 = (2x + 1)^2 - x(x + 2)$

d) $\frac{5 - 8x}{2} - \frac{8x^2 + 5}{6} = \frac{1 - 12x^2}{3}$

Exercice 3.16 Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{1-8x}{2} - \frac{x^2-7}{4} + 2x = 0$

b) $\frac{x^2-3}{2} - \frac{x^2+1}{3} = \frac{x^2-11}{6}$

$$\text{c) } \frac{3x+1}{8} - \frac{x^2+5}{4} = \frac{55}{2}$$

$$\text{d) } \frac{x^2-10}{9} - \frac{3(4-x)}{4} = \frac{2(x-3)}{3}$$

Exercice 3.17

La différence entre le carré d'un nombre et le nombre lui-même vaut 182.

Quel est ce nombre ?

Exercice 3.18

La somme des carrés de trois nombres entiers pairs consécutifs est égale à 776.

Quels sont ces trois nombres ?

Exercice 3.19

La somme des carrés de trois entiers naturels impairs consécutifs est égale à 1883.

Déterminer de manière algébrique ces trois nombres.

Exercice 3.20

La somme des carrés de trois multiples de 4 consécutifs est égale à 3920.

Quels sont ces trois nombres ?

Exercice 3.21

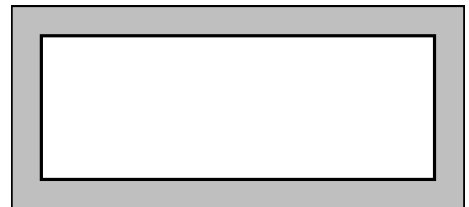
Le propriétaire d'une usine de forme rectangulaire souhaite doubler la superficie de son usine en augmentant sa largeur et sa longueur du même nombre de mètres.

Déterminer l'augmentation des deux dimensions sachant que l'usine mesure actuellement 40 mètres par 60 mètres.

Exercice 3.22

Une parcelle rectangulaire qui mesure 20 m sur 80 m est complètement entourée d'une bande de terre de largeur constante (voir ci-contre, la bande de terre est grisée).

Sachant que l'aire de la bande de terre vaut 636 m^2 , calculer la largeur de la bande de terre.



Exercice 3.23

Un sol est recouvert de 500 dalles carrées. Si l'on avait utilisé des dalles carrées dont le côté mesure 5 cm de plus, il n'aurait fallu que 320 dalles pour recouvrir le même sol.

Quelles sont les dimensions des premières dalles ?

Exercice 3.24

Un fermier projette de clôturer un terrain rectangulaire utilisant son écurie pour border un côté et une barrière pour les trois autres côtés. On sait que le côté parallèle à l'écurie vaut deux fois la longueur d'un des côtés adjacents à l'écurie et que l'aire du terrain mesure 128 m^2 .

Calculer la longueur de la barrière que le fermier doit acheter.

Exercice 3.25

Deux personnes munies d'émetteurs-récepteurs quittent le même point à 9 heures. L'un marche plein sud à 4 km/h, l'autre marche plein ouest à 3 km/h.

Jusqu'à quelle heure pourront-ils communiquer l'un avec l'autre si chaque radio a une portée maximale de 2 km ?

Exercice 3.26

Un marchand achète des objets, valant tous le même prix, pour un montant total de 672 francs. Si chaque objet avait coûté 4 francs de moins, il aurait pu, avec la même somme, en acheter 3 de plus.

Combien en a-t-il acheté et à quel prix unitaire ?

Exercice 3.27

Une somme de 400 francs doit être distribuée en parts égales. Au moment du partage, quatre personnes se retirent, ce qui augmente la part des autres de 5 francs.

Combien de personnes y avait-il initialement ?

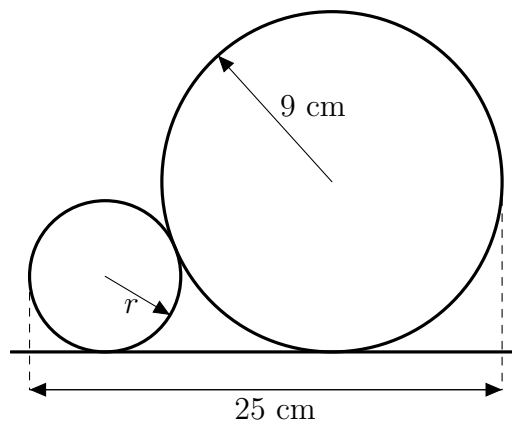
Exercice 3.28

Un fermier achète des lapins, valant tous le même prix, pour un montant total de 805 francs. Il les garde trois mois et en perd cinq par maladie. Il vend alors chacun des autres 6 francs de plus qu'il ne lui coûtait. A ce marché il perd 67 francs.

Calculer le nombre de lapins achetés par le fermier et leur prix unitaire.

Exercice 3.29

Calculer la longueur du rayon r du petit cercle sachant que les cercles sont tangents entre eux et tangents au sol. (Voir schéma ci-dessous.)



3.3 Solutions des exercices

3.1

a) $x^2 + 4x + 4$

i) $25x^2 - 20xy + 4y^2$

b) $4x^2 + 12x + 9$

j) $121x^2 - 66xy + 9y^2$

c) $25x^2 - 20x + 4$

k) $100x^2 - y^2$

d) $16x^2 - 24x + 9$

l) $64x^2 - 25y^2$

e) $x^2 - 4$

m) $x^4 - 4y^2$

f) $36x^2 - 49$

n) $4x^4 + 12x^2y^3 + 9y^6$

g) $x^2 + 4xy + 4y^2$

o) $16x^4y^2 - 24x^3y^3 + 9x^2y^4$

h) $9x^2 + 24xy + 16y^2$

p) $36x^8 + 60ax^4y^3 + 25a^2y^6$

3.2

a) $16x$

c) $58x^2 - 56x - 9$

e) $x^4 - 16$

b) $6x^2 + 12xy + 6y^2$

d) $2ab + 2b^2$

f) $53xy - 132y^2$

3.3

a) $4x^2 + 4x + \boxed{1} = \boxed{(2x + 1)^2}$

b) $4x^2y^2 + \boxed{12xy} + 9 = \boxed{(2xy + 3)^2}$

c) $16a^4 - 8a^2y^2 + \boxed{y^4} = \boxed{(4a^2 - y^2)^2}$

d) $9x^4 + \boxed{24x^2y^3} + 16y^6 = \boxed{(3x^2 + 4y^3)^2}$

3.4

a) $S = \{25\}$

b) $S = \{1\}$

c) $S = \{26\}$

3.5 Le carré mesure 28 m de côté.

3.6

a) $S = \{\pm 1\}$

c) $S = \{\pm\sqrt{10}\}$

e) $S = \{\pm 25\}$

g) $S = \emptyset$

b) $S = \{\pm 2\}$

d) $S = \{\pm 13\}$

f) $S = \emptyset$

h) $S = \{0\}$

3.7

a) $S = \{-7 ; 0\}$

c) $S = \{0 ; 8\}$

e) $S = \left\{0 ; \frac{33}{10}\right\}$

f) $S = \left\{-\frac{100}{9} ; 0\right\}$

b) $S = \{0 ; 13\}$

d) $S = \left\{-\frac{5}{2} ; 0\right\}$

g) $S = \{0 ; 2\}$

3.8

a) $S = \{-2\}$

d) $S = \emptyset$

f) $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$

i) $S = \left\{0 ; \frac{6}{5}\right\}$

b) $S = \{3\}$

g) $S = \left\{\pm\frac{7}{4}\right\}$

j) $S = \left\{\frac{8}{3}\right\}$

c) $S = \{\pm 5\}$

e) $S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$

h) $S = \{\pm 6\}$

3.9

a) $S = \{-3 ; -2\}$

d) $S = \{-3 ; 2\}$

g) $S = \{-4 ; -3\}$

j) $S = \{9\}$

b) $S = \{2 ; 3\}$

e) $S = \{-2 ; -1\}$

h) $S = \{-8 ; -7\}$

k) $S = \{-9 ; 6\}$

c) $S = \{-2 ; 3\}$

f) $S = \{-3 ; 1\}$

i) $S = \{-8 ; 7\}$

l) $S = \{3 ; 7\}$

3.10

a) $S = \{4 ; 11\}$

c) $S = \{-10\}$

e) $S = \{4 ; 7\}$

b) $S = \{-5 ; 2\}$

d) $S = \{-9 ; -1\}$

f) $S = \{-2 ; 13\}$

3.11

a) $S = \{0 ; 8\}$

c) $S = \{-4 ; -3\}$

e) $S = \{1 ; 4\}$

b) $S = \{-5 ; 2\}$

d) $S = \left\{0 ; \frac{1}{2}\right\}$

f) $S = \{-9 ; 0\}$

3.12

a) $S = \{-7 ; -5\}$

c) $S = \emptyset$

e) $S = \{-3\}$

b) $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

d) $S = \left\{-\frac{7}{2} ; \frac{2}{5}\right\}$

f) $S = \left\{\frac{5}{3} ; \frac{5}{2}\right\}$

3.13

a) $S = \{-6 ; 6\}$

c) $S = \emptyset$

e) $S = \left\{-\frac{8}{3}\right\}$

b) $S = \emptyset$

d) $S = \left\{-\frac{1}{2} ; 2\right\}$

f) $S = \{4 ; 9\}$

3.14

a) $S = \left\{ -\frac{1}{2} ; \frac{2}{3} \right\}$

c) $S = \left\{ \frac{5 - \sqrt{17}}{2} ; \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \right\}$

b) $S = \left\{ -3 ; \frac{2}{5} \right\}$

d) $S = \left\{ -2 - \sqrt{2} ; -2 + \sqrt{2} \right\}$

3.15

a) $S = \{-7 ; 7\}$

b) $S = \{-6 ; 5\}$

c) $S = \{-1 ; 3\}$

d) $S = \left\{ \frac{1}{2} ; 1 \right\}$

3.16

a) $S = \{-9 ; 1\}$

b) $S = \mathbb{R}$

c) $S = \emptyset$

d) $S = \left\{ -\frac{19}{4} ; 4 \right\}$

3.17 Le nombre est 14 ou -13 .

3.18 Les trois nombres sont 14, 16, et 18 ou -18 , -16 , et -14 .

3.19 Les trois nombres sont 23, 25 et 27.

3.20 Les trois nombres sont 32, 36, et 40 ou -40 , -36 , et -32 .

3.21 Augmentation des dimensions : 20 m.

3.22 Largeur de la bande : 3 m.

3.23 Dimensions des premières dalles : 20 cm.

3.24 Longueur totale de la barrière : 32 m.

3.25 Ils pourront communiquer jusqu'à 9h24.

3.26 Il a acheté 21 objets à 32 francs chacun.

3.27 Il y avait 20 personnes.

3.28 Il avait acheté 23 lapins à 35 francs chacun.

3.29 $r = 4$ cm.