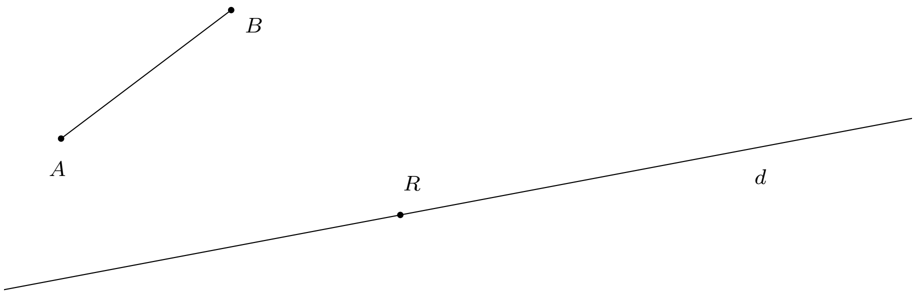
4.2 Exercices

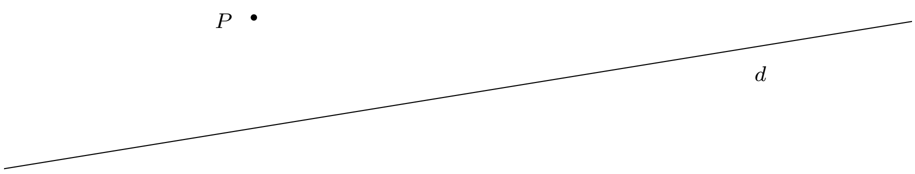
Constructions élémentaires

Exercice 4.1 (Marche à suivre)
Ex 4.1 Reporter le segment AB sur la droite d, à partir du point R situé sur d :



Marche à suivre :

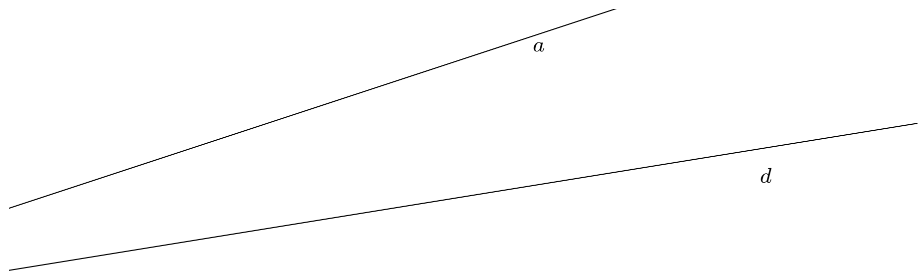
Exercice 4.2 (Marche à suivre)
Construire le symétrique du point P par rapport à la droite d :



Marche à suivre :

Exercice 4.3 (Marche à suivre)

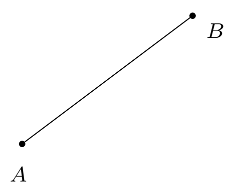
Construire le symétrique de la droite a par rapport à la droite d :



Marche à suivre :

Exercice 4.4 (Marche à suivre)

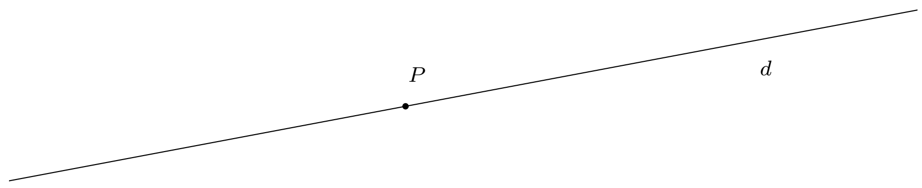
Construire la médiatrice m_{AB} du segment AB, ainsi que le milieu M de AB :



Marche à suivre :

Exercice 4.5 (Marche à suivre)

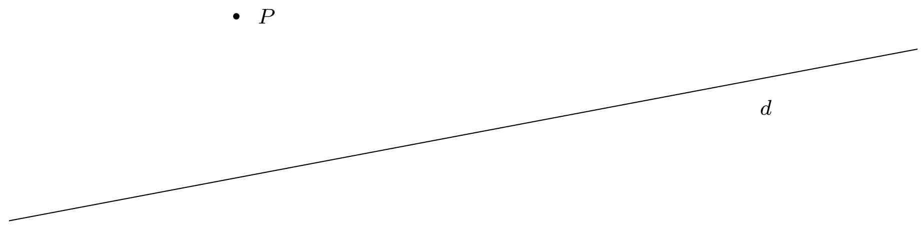
Construire la droite perpendiculaire p à la droite d, en un point P de la droite d :



Marche à suivre :

Exercice 4.6 (Marche à suivre)

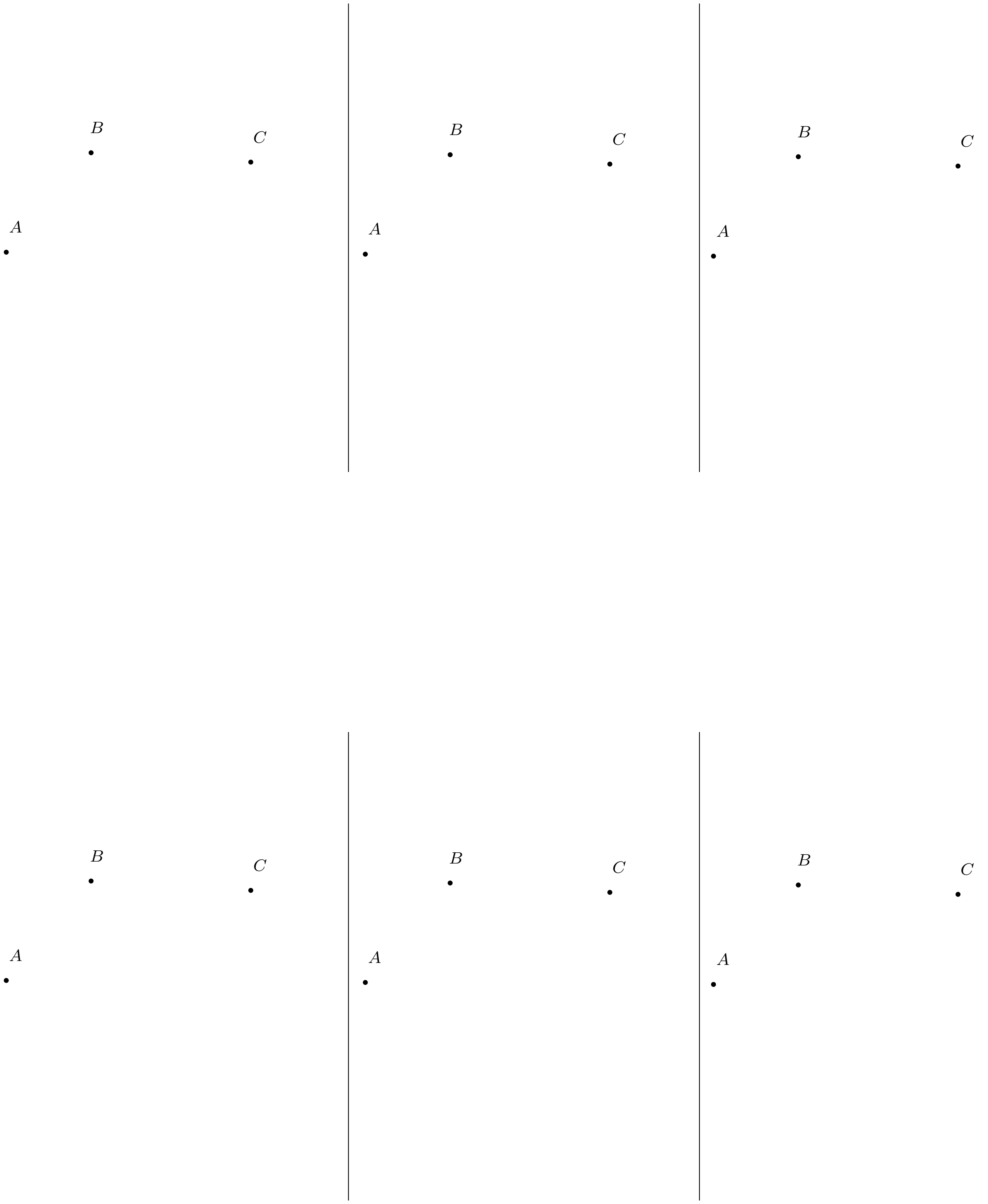
Construire la droite perpendiculaire p à la droite d, par un point P situé hors de d.



Marche à suivre :

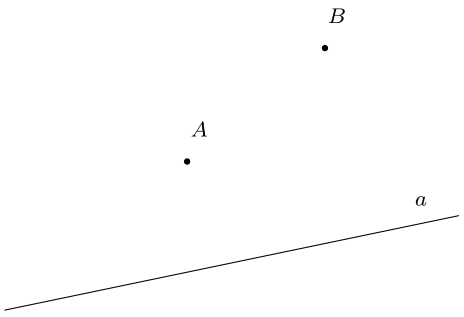
Exercice 4.7 (Justification)

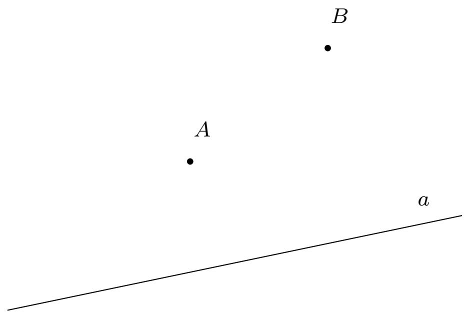
On donne trois points non alignés A, B et C. Construire un quatrième point D, de façon à obtenir un quadrilatère qui admette un axe de symétrie (construire les 6 solutions) :

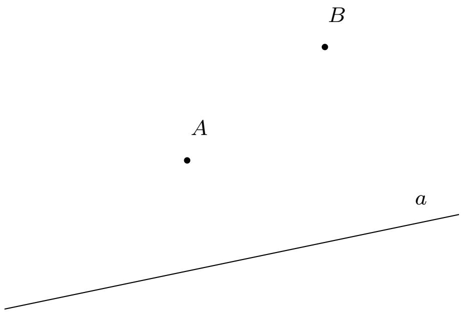


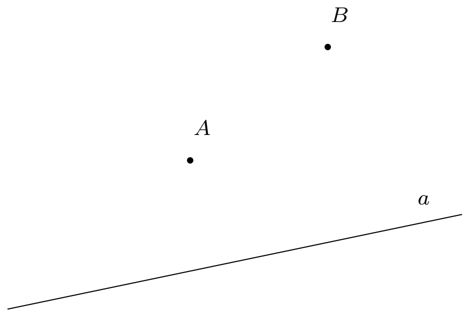
Exercice 4.8

On donne une droite a et deux points A et B hors de a. Compléter la figure de manière qu'elle admette un axe de symétrie. Donner quatre solutions :



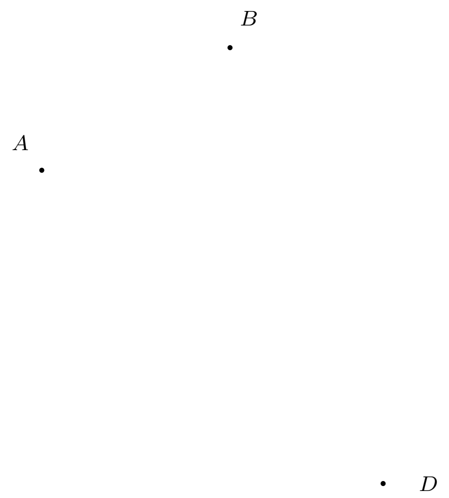






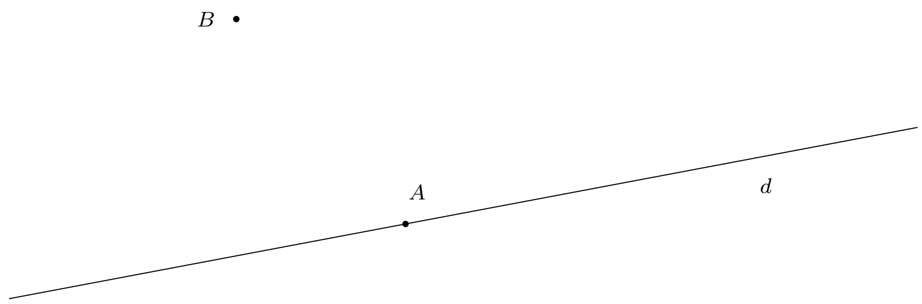
Exercice 4.9

On donne quatre points A, B, C et D non-alignés. Tracer les médiatrices de tous les couples de points que l'on peut extraire de A, B, C et D. Puis tracer les 4 cercles circonscrits :



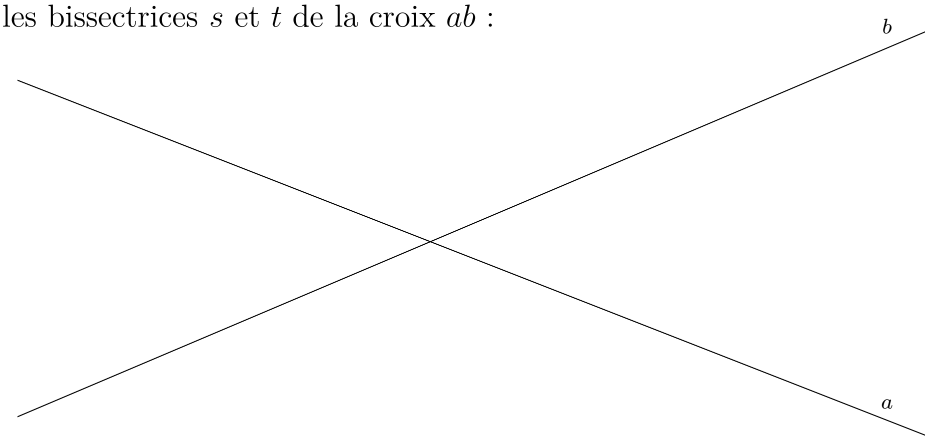
Exercice 4.10

On donne une droite d, un point A sur d et un point B hors de d, tel que AB ne soit pas perpendiculaire à d. Trouver sur d un point P équidistant de A et B :



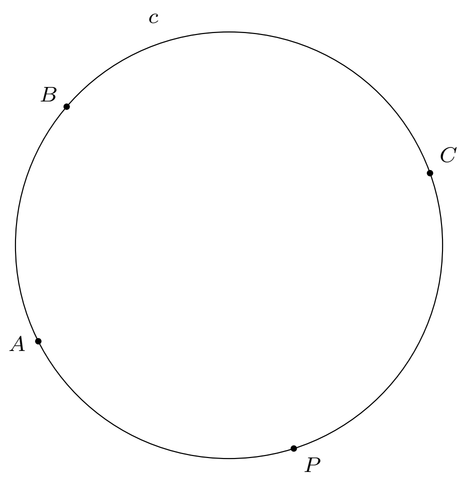
Exercice 4.11

Construire les bissectrices s et t de la croix ab :



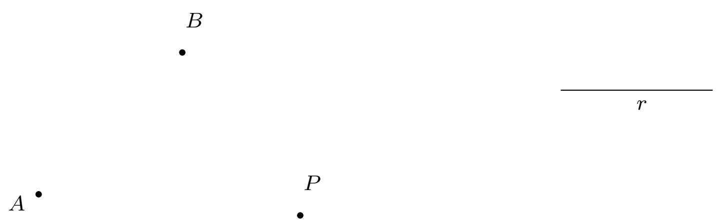
Exercice 4.12

On donne un cercle c et quatre points A, B, C et P sur c. Construire les projections orthogonales du point P sur les droites AB, BC et CA :



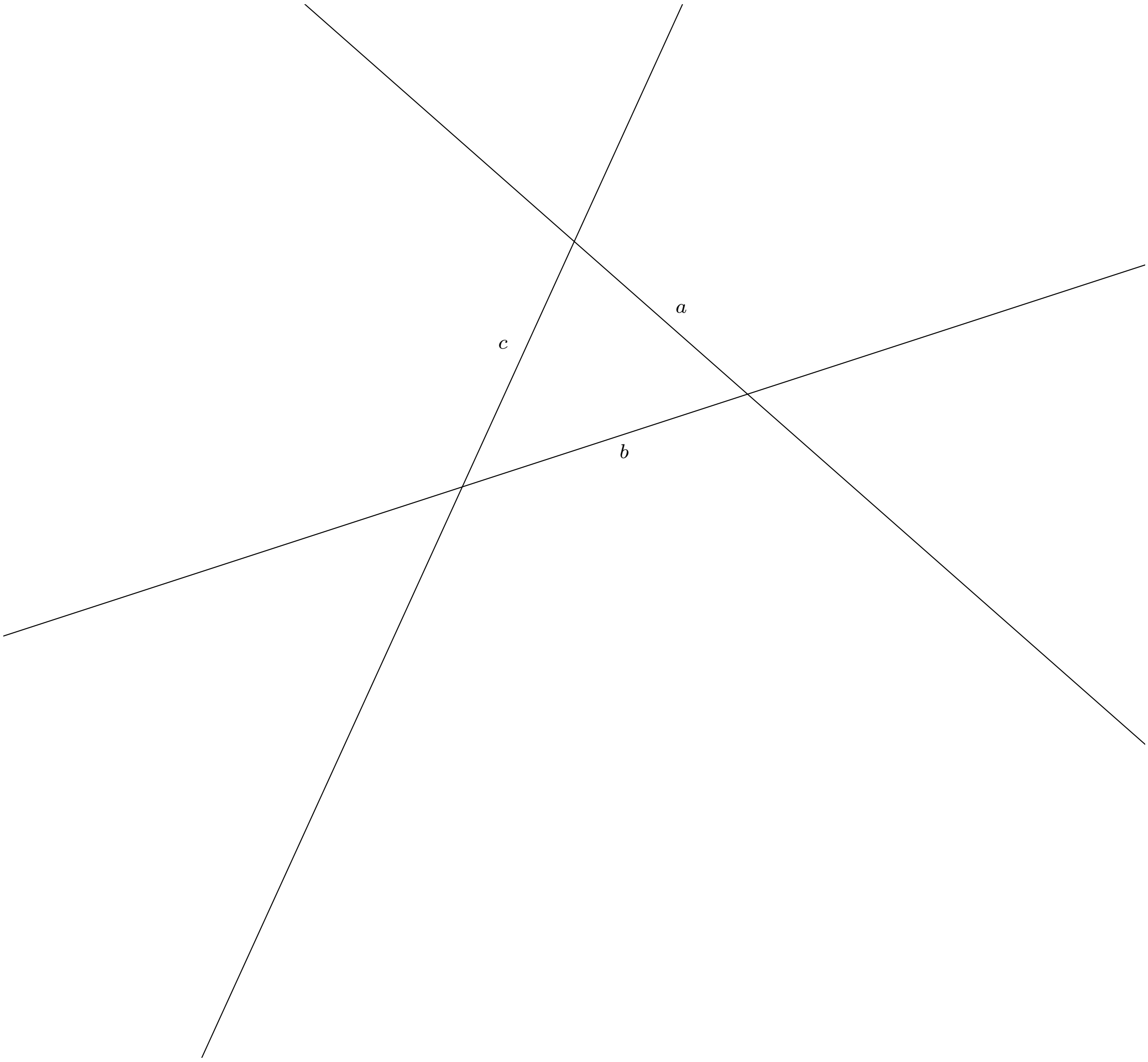
Exercice 4.13

On donne trois points A, B et P, ainsi qu'un segment de longueur r. Construire un point X équidistant de A et B, et dont la distance à P égale r. (On demande de donner *toutes* les solutions !) :



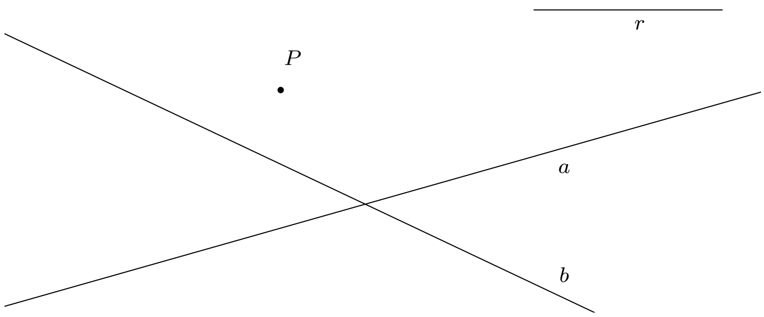
Exercice 4.14

Soit trois droites a, b et c non concourantes, se coupant deux à deux. Tracer les bissectrices de toutes les croix que l'on peut former à partir de ces trois droites. Puis tracer le cercle inscrit et les 3 cercles exinscrits du triangle formé par a, b et c :



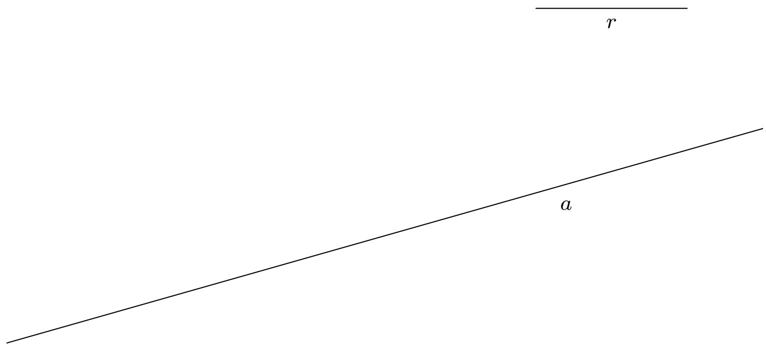
Exercice 4.15

On donne une croix ab, un point P et un segment de longueur r. Construire un point équidistant de a et b et situé à la distance r de P :



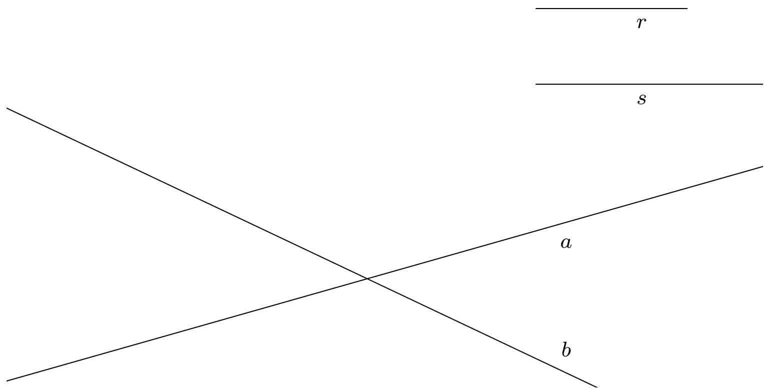
Exercice 4.16

On donne une droite a et un segment de longueur r. Construire une parallèle à a, à la distance r :



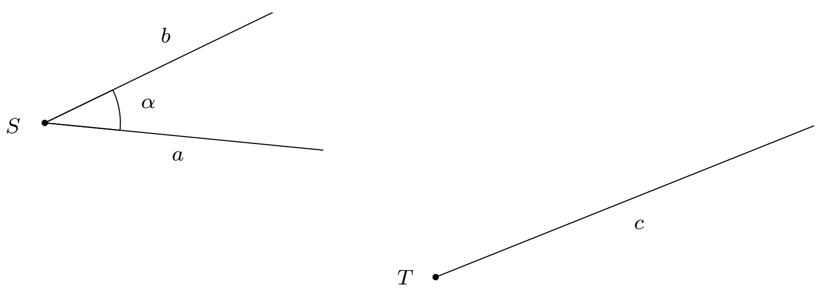
Exercice 4.17

On donne une croix ab et deux segments de longueurs r et s. Construire un point P situé à la distance r de a et à la distance s de b :



Exercice 4.18 (Marche à suivre)

Reporter l'angle α sur la demi-droite T_c :



Marche à suivre :

Exercice 4.19 (Justification)

Construire un angle de 60°. De même pour un angle de 135° :

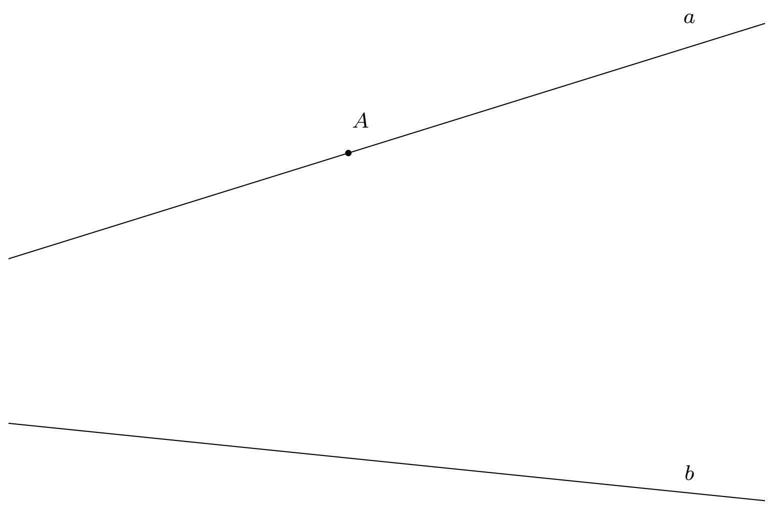
Exercice 4.20 (Justification)

Construire un triangle isocèle connaissant sa base $b = 40$ mm et l'angle en son sommet $\beta = 120°$:

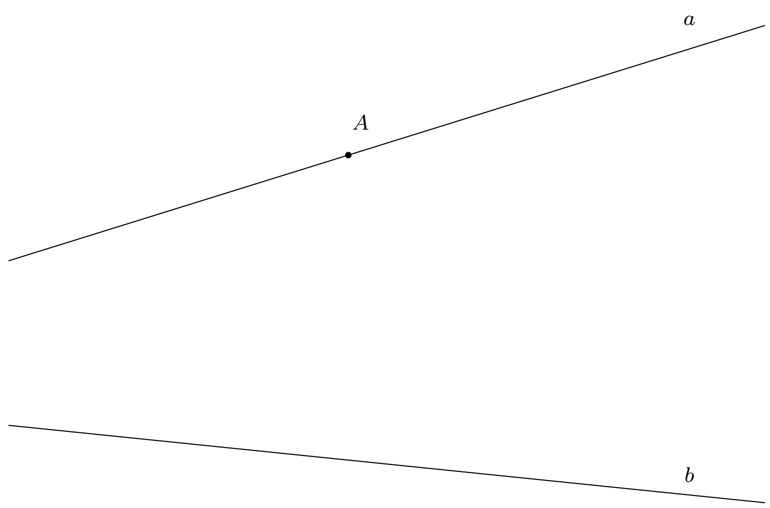
Exercice 4.21 (Justification)

On donne deux droites a et b concourant en un point O situé hors de la feuille, ainsi qu'un point A situé sur a. Trouver sur b un point B tel que le triangle AOB soit isocèle de sommet O (trouver 2 méthodes) :

1°



2°

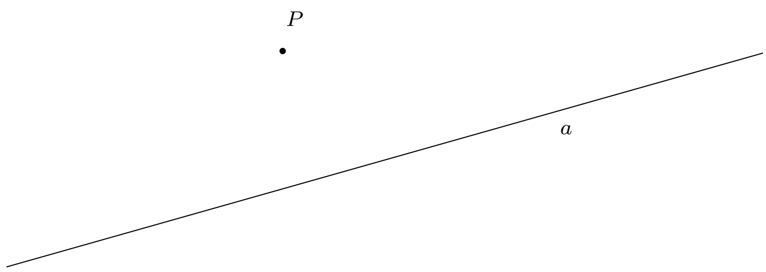


Exercice 4.22

Construire un triangle rectangle connaissant sa hauteur $h = 30$ mm et l'un de ses angles aigus $\beta = 15^\circ$.

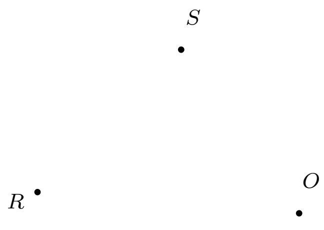
Exercice 4.23 (Marche à suivre)

Mener la droite p parallèle à la droite a par le point P :



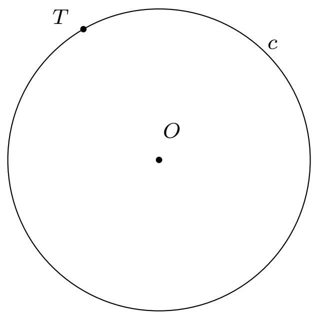
Exercice 4.24 (Justification)

Construire un parallélogramme donné par son centre O et par les milieux R et S des côtés AB et AD :



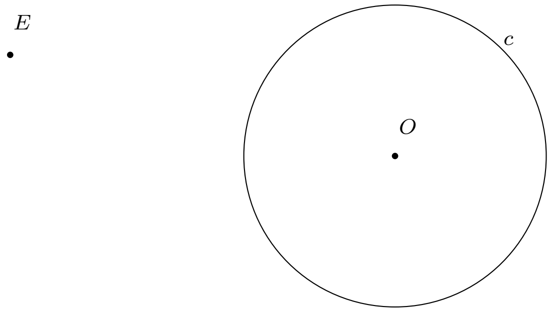
Exercice 4.25

On donne un cercle c et un point T sur le cercle. Construire une tangente au cercle c au point T :



Exercice 4.26

On donne un cercle c et un point E hors du cercle. Construire une tangente au cercle c passant par le point E :

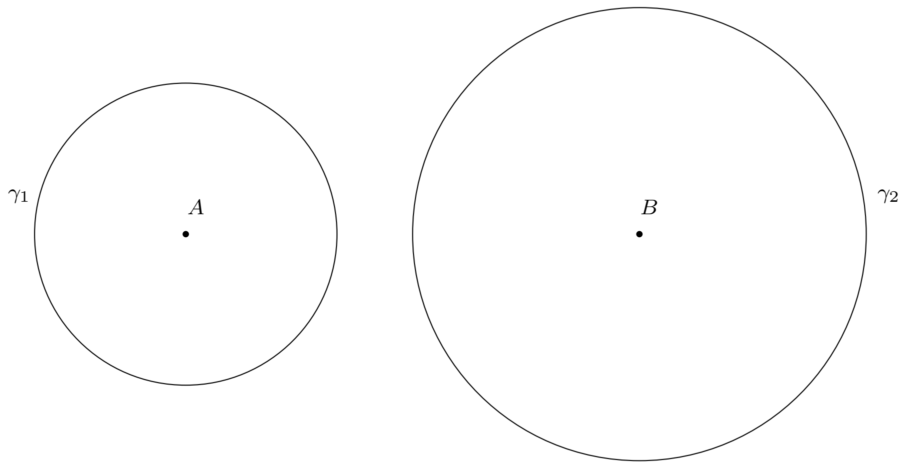


Exercice 4.27

On donne deux cercles γ_1 et γ_2. Construire une tangente commune aux deux cercles donnés :

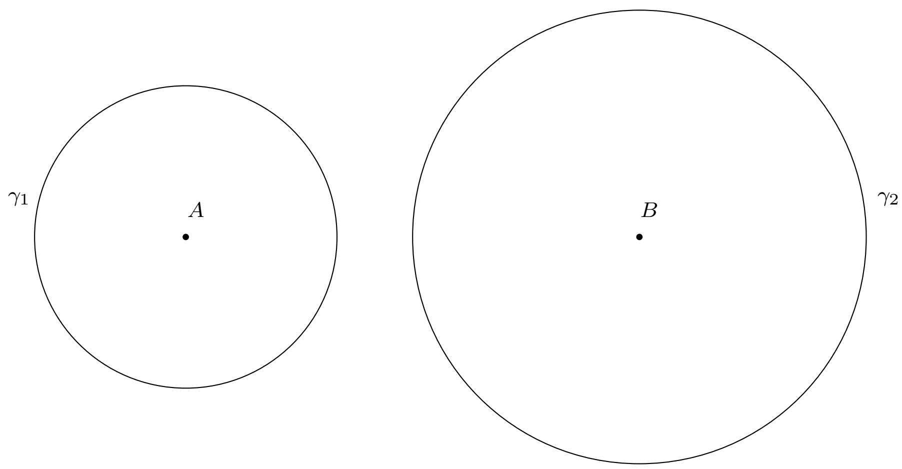
a) Tangentes extérieures :

Indication : tracer le cercle γ_3 centré en B de rayon $r_3 = r_2 - r_1$.



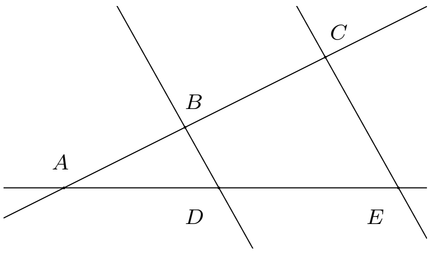
b) Tangentes intérieures

Indication : tracer le cercle γ_5 centré en B de rayon $r_5 = r_1 + r_2$.



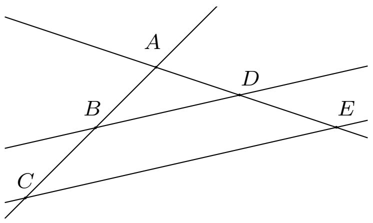
Théorème de Thalès

Exercice 4.28



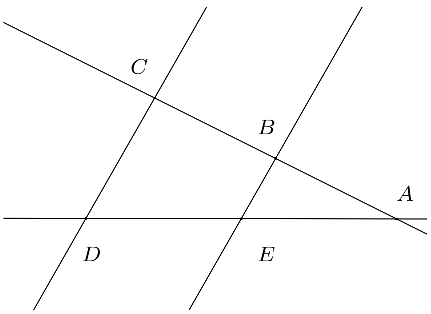
$BD \,//\, CE$.
$AB = 24$ mm, $BC = 6$ mm et $AD = 30$ mm.
Déterminer la mesure de AE.

Exercice 4.29



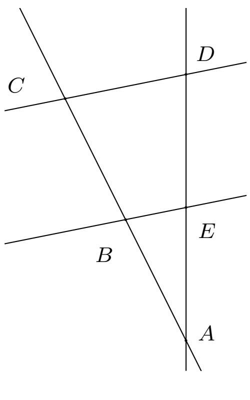
$BD \,//\, CE$.
$AB = 16$ cm, $BC = 24$ cm et
$AE = 54$ cm.
Déterminer la mesure de DE.

Exercice 4.30



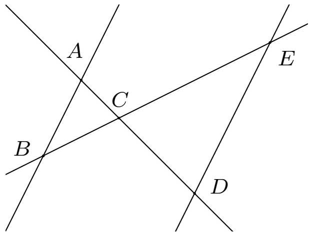
$BE \,//\, CD$.
$AE = 70$ m, $ED = 42$ m et $AB = 110$ m.
Déterminer la mesure de BC.

Exercice 4.31



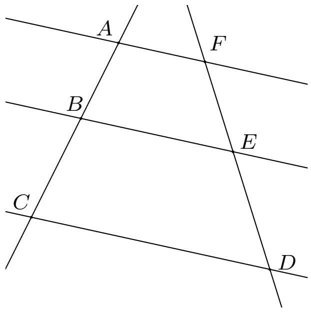
$BE \,//\, CD$.
$AE = 10$ dm, $AD = 22$ dm, $AB = 20$ dm et
$BE = 15$ dm.
Déterminer la mesure de AC et de CD.

Exercice 4.32



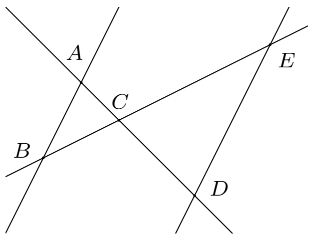
$AB \,//\, DE$.
$BC = 118$ cm, $CE = 56$ cm et
$CD = 54$ cm.
Déterminer la mesure de AC.

Exercice 4.33



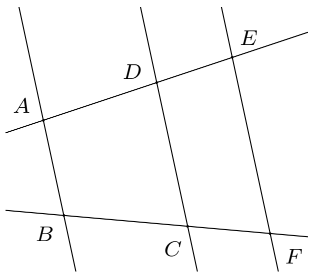
$AF \,//\, BE \,//\, CD$.
$AB = 75$ m, $BC = 55$ m et $EF = 45$ m.
Déterminer la mesure de ED.

Exercice 4.34



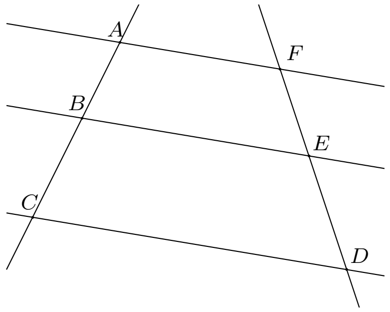
$AB \,//\, DE$.
$AC = 50$ mm, $CD = 70$ mm et
$DE = 126$ mm.
Déterminer la mesure de AB.

Exercice 4.35



$AB \,//\, CD \,//\, EF$.
$BC = 45$ m, $BF = 96$ m et $AD = 49$ m.
Déterminer la mesure de AE.

Exercice 4.36



$AF \mathbin{//} BE \mathbin{//} CD$.
$AB = 12$ cm, $BC = 16$ cm, $EF = 18$ cm, $AF = 19{,}5$ cm et $BE = 30$ cm.
Déterminer la mesure de ED et de CD.

Exercice 4.37

Deux frères ont hérité d'un terrain triangulaire ABC rectangle en A. On sait que le côté $AB = 84$ m.
Ils décident de le partager équitablement, à l'aide d'une barrière MN parallèle au côté AC. Où faut-il la placer exactement ?

Exercice 4.38

Partager un segment en trois segments isométriques :

Exercice 4.39

Construction d'un **rectangle d'Or**. Effectuer la marche à suivre suivante :

a) Construire un segment AC perpendiculaire à AB en A tel que $\overline{AC} = 2\,\overline{AB}$.

b) Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon $\overline{BC}$ qui coupe la demi-droite $[AB)$ en un point D.

Les segments AC et AD sont les côtés du rectangle d'Or.

c) Compléter le rectangle d'Or.

d) Calculer le rapport exact $\varphi = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$. φ est le **nombre d'Or**.

Exercice 4.40

Construction d'une **spirale d'Or**. Effectuer la marche à suivre suivante :

a) Le rectangle $ABCD$ est un **rectangle d'Or**. Le partager en un carré $CDEF$ et un rectangle $ABFE$.
On peut montrer que $ABFE$ est aussi un rectangle d'Or.

b) Partager ce rectangle $ABFE$ en un carré $AGHE$ et un rectangle $GBFH$.

c) Recommencer cette opération encore 4 fois : on obtient les rectangles d'Or $FHIJ$, $HIKL$, $IKMN$, $KMOP$.

d) Dans le carré $IPON$, tracer un quart de cercle de centre O, de rayon $\overline{OP}$.

e) Recommencer cette opération encore 5 fois à partir des centres M, K, I, H et F dans les carrés correspondants.

On obtient ainsi une **spirale d'Or**.

Exercice 4.41

On donne un cercle γ_1 centré en O et deux diamètres perpendiculaires AC et BD.

Effectuer la marche à suivre suivante :

a) Construire le milieu I du segment OA.

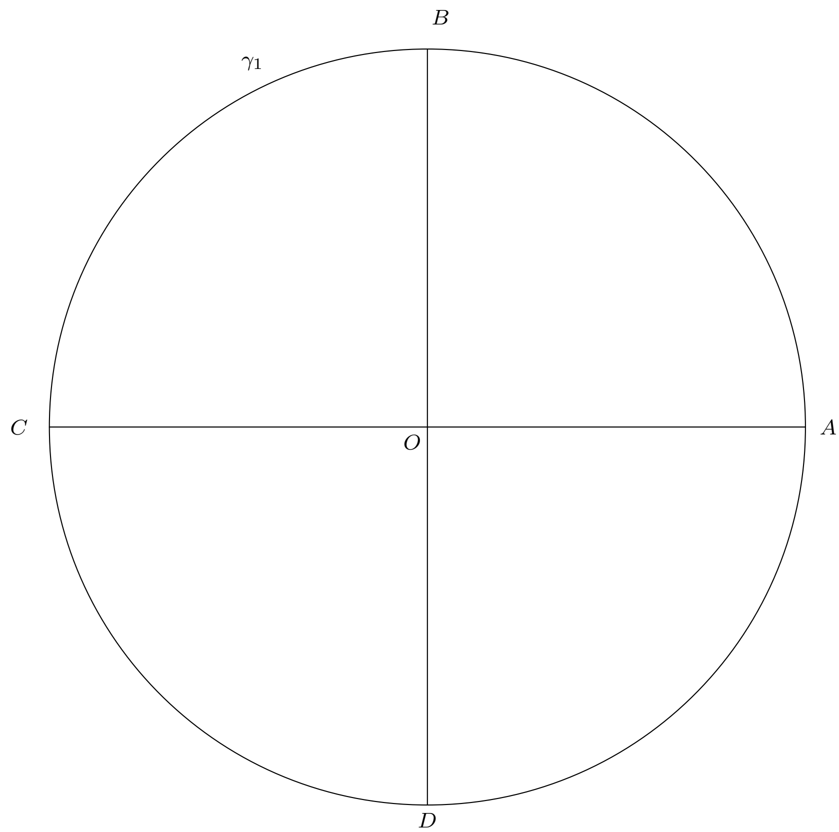
b) Tracer le cercle γ_2 centré en I et passant par O.

c) Tracer la droite BI. Elle coupe γ_2 en E et F, E étant situé entre I et B.

d) Tracer le cercle γ_3 centré en B et passant par E. Il coupe γ_1 en D_2 et D_3, D_2 étant situé sur l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

e) Tracer le cercle γ_4 centré en B et passant par F. Il coupe γ_1 en D_1 et D_4, D_1 étant situé sur l'arc $\overset{\frown}{AD}$.

f) Tracer le pentagone $DD_1D_2D_3D_4$.



Note : On peut montrer que ce pentagone est régulier.

4.3 Solutions des exercices

4.1

a) Placer la pointe du compas sur le point A et la mine du compas sur le point B. (Ouvrir le compas de la longueur $\overline{AB}$.)

b) Tracer un arc centré en R qui coupe d en S.

c) Le segment RS est isométrique au segment AB.

4.2

a) Placer un point Q sur d.

b) Tracer un arc de cercle centré en Q et passant par P.

c) Sur d, placer un point R différent de Q.

d) Tracer un arc de cercle centré en R et passant par P.

e) Le symétrique P' de P se trouve à l'intersection des deux arcs tracé aux points c) et d).

4.3

a) Sur a, placer deux points distincts P et Q.

b) Construire le symétrique P' de P par rapport à d (Màs 4.2).

c) De même pour Q, ce qui donne le point Q'.

d) La droite passant par P' et Q' est symétrique de a relativement à d.

4.4

a) Tracer le cercle centré en A (resp. B) de rayon $\overline{AB}$.

b) La médiatrice m_{AB} de AB est la droite passant par les intersections des deux cercles dessinés au point précédent.

c) Le milieu de AB se trouve à l'intersection de m_{AB} avec d_{AB}.

4.5

a) Tracer sur d deux points Q et R situés à égale distance de P.

b) La droite cherchée est la médiatrice m_{QR} du segment QR (Màs 4.4).

4.6

a) Tracer un arc centré en P qui coupe la droite d en deux points R et S.

b) La droite p est la médiatrice m_{RS} des points R et S (Màs 4.4).

4.7

Il y a six solutions, de deux catégories. La marche à suivre pour la solution de première catégorie s'écrit comme suit :

a) Tracer la médiatrice m_{AB} du segment AB (Màs 4.4).
b) Construire le symétrique D du point C relativement à la droite m_{AB} (Màs 4.3).

Voici maintenant la marche à suivre pour la seconde catégorie :

a) Tracer le symétrique D du point C relativement à la droite d_{AB} (Màs 4.3).

4.8

4.9

4.10

4.11

4.12

4.13

a) Construire m_{AB}, la médiatrice du segment AB (Màs 4.4).
b) Tracer le cercle γ de rayon r centré en P.
c) Les éventuels points X cherchés sont sur les intersections de γ avec m_{AB}.

4.14

4.15

4.16

a) Placer un point P hors de a.
b) Construire la perpendiculaire p à la droite a par le point P (Màs 4.6).
c) Reporter un segment QR de longueur r sur p à partir de Q, le point d'intersection de a et p (Màs 4.1).
d) Tracer la perpendiculaire à p passant par R (Màs 4.5), qui est parallèle à a à distance r.

4.17

4.18

a) Tracer un cercle γ centré en S qui coupe a et b en X et Y, respectivement.
b) Tracer un cercle γ', centré en T, isométrique à γ et qui coupe c en Z.
c) Tracer un arc centré en Z, de rayon $\overline{XY}$ qui coupe γ' en W et W'.
d) L'angle $\beta = \widehat{ZTW}$ (ou $\beta' = \widehat{ZTW'}$) est l'angle cherché.

4.19

a) Construire un triangle équilatéral. L'un quelconque de ses angles mesure 60°.

1) Tracer deux points A et B.
2) Tracer le cercle centré en A et de rayon $\overline{AB}$.
3) Tracer le cercle centré en B et de même rayon.
4) Soit C l'une des intersections de ces deux cercles.
5) Le triangle ABC est équilatéral.

b) Construire un triangle isocèle rectangle. Les deux angles non droits mesurent 45°. Il suffit de reporter l'un ce ces angles à côté de l'angle droit pour obtenir un angle de 135°.

1) Tracer deux points D et E.
2) Tracer la perpendiculaire à DE par E.
3) Tracer le cercle centré en E et de rayon $\overline{DE}$.
4) Ce cercle coupe la perpendiculaire du point précédent en F.
5) Le triangle DEF est isocèle rectangle.

4.20

4.21

4.22

4.23

On peut utiliser la méthode du parallélogramme :

a) Placer sur a deux points X et Y.
b) Tracer un arc centré en P et de rayon $\overline{XY}$.
c) Tracer un arc centré en Y et de rayon $\overline{XP}$.
d) Les deux arcs se coupent en B.
e) La droite cherchée est la droite d_{PB}.

On peut aussi utiliser la méthode de la double perpendiculaire :

a) Tracer la perpendiculaire p' à a par P (Màs 4.6).
b) Tracer la perpendiculaire p à p' par P (Màs 4.5).

4.24

4.25

4.26

4.27

4.28 $AE = 37{,}5$ mm

4.29 $DE = 32{,}4$ cm

4.30 $BC = 66$ m

4.31 $AC = 44$ dm et $CD = 33$ dm

4.32 $AC \cong 113{,}79$ cm

4.33 $ED = 33$ m

4.34 $AB = 90$ mm

4.35 $AE \cong 104{,}53$ m

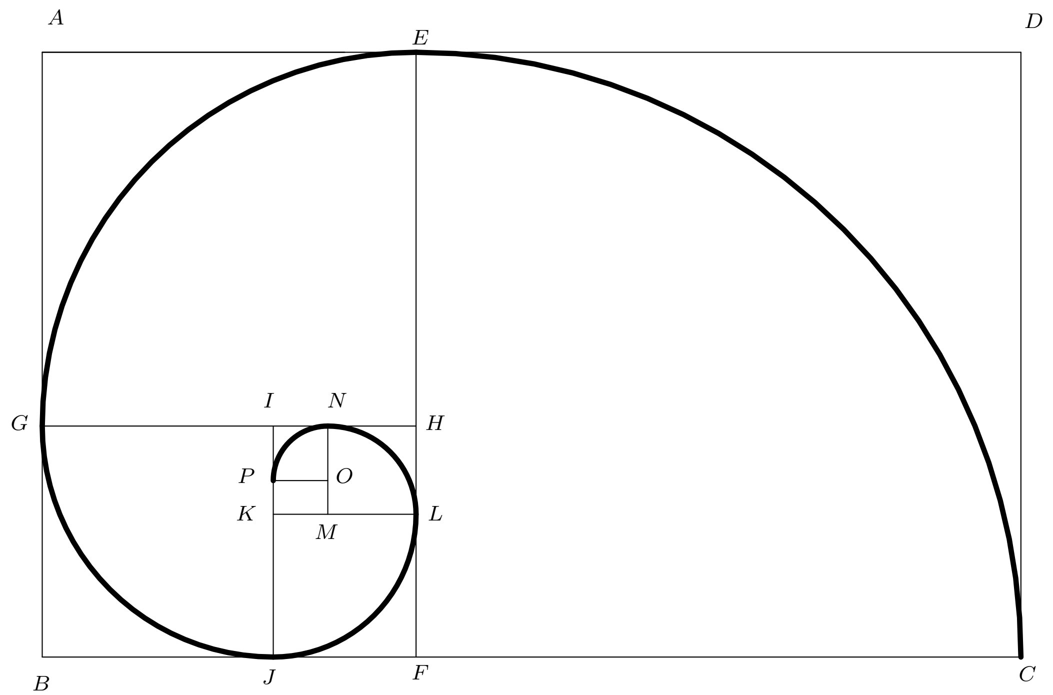
4.36 $ED = 24$ cm et $CD = 44$ cm

4.37 La barrière doit être à une distance de 59,40 m de B.

4.38

4.39 $d)$ $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

4.40



4.41