

Exercice 1

Calculer, si elles existent, les limites suivantes.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + x^3 + 3x^2}{x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 7}{2x - 5x^3}$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2}{x^2 + 3x - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x - 9}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{3x^2 - x + 2}$

Exercice 2

D'une fonction rationnelle f , on donne

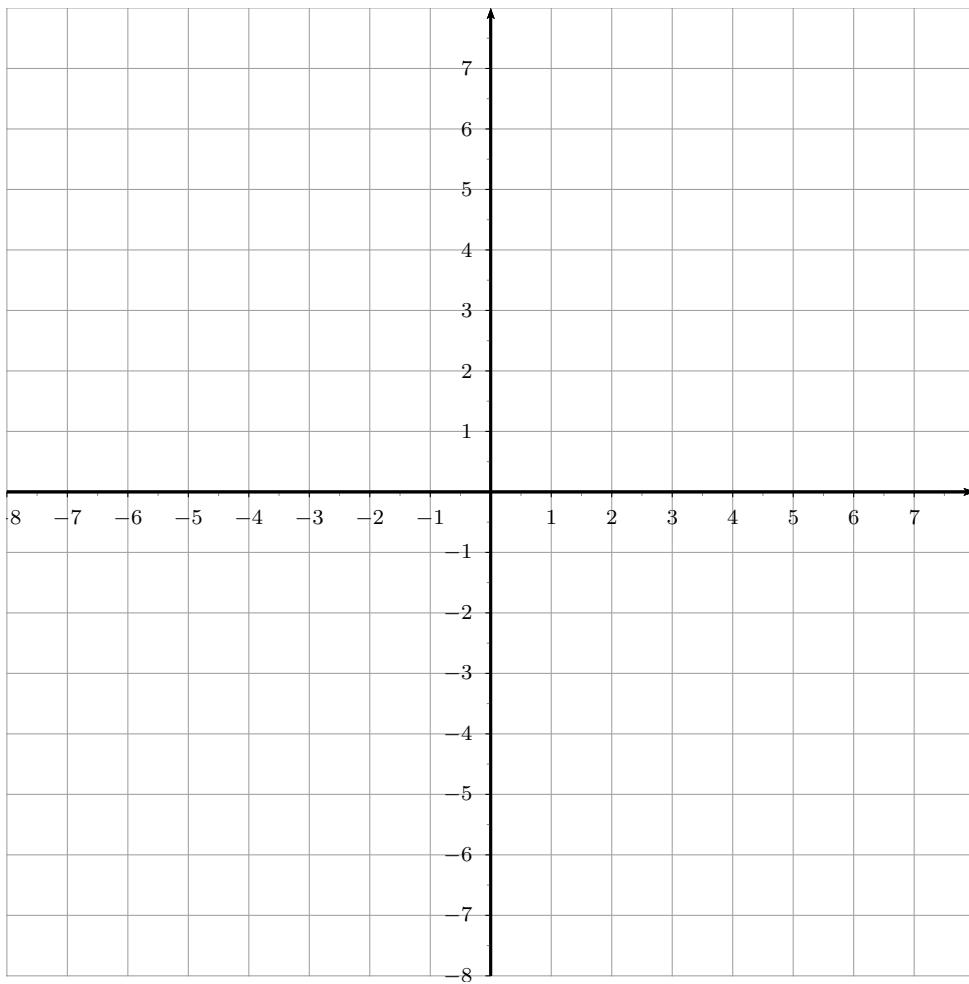
1) $ED(f) = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$

2) étude de signe :
$$\begin{array}{c|ccccccccc} x & - & -2 & 0 & 2 & 3 \\ \hline \text{sgn}(f) & - & \parallel & - & 0 & + & \parallel & - & 0 & + \end{array}$$

3) AV/trou : $x = 2$ et $\left(-2; -\frac{5}{4}\right)$

AH/AO : $y = x - 1$

Esquisser le graphe de cette fonction.



Exercice 3

Pour les fonctions suivantes, on demande de déterminer

- l'ensemble de définition,
- le signe,
- les équations des asymptotes éventuelles (avec étude de position) et s'il existe un trou en donner les coordonnées,
- et le graphe.

a) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$

b) $f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + x - 6}{x^2 + 2x + 1}$

Exercice 4

D'une fonction rationnelle f , on donne son étude de signe (ci-dessous) et l'équation de ses asymptotes : $x = 1$ et $y = 2$

x	+	0	+	\parallel	-	0	+
$sgn(f)$	+	0	+		-	0	+

- a) Vrai ou Faux ?
- 1) $ED(f) = \mathbb{R} - \{4\}$
 - 2) Il y a un zéro de multiplicité paire.
 - 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$
 - 4) Le degré du numérateur et celui du dénominateur sont égaux.
 - 5) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$
- b) D'après l'étude de signe et les équations des asymptotes, déterminer les limites suivantes.
- | | |
|--|--|
| 1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ >}} f(x) =$ | 3) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$ |
| 2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ <}} f(x) =$ | 4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ |
- c) Esquisser le graphe d'une fonction f qui pourrait admettre cette étude de signe et ces asymptotes.
- d) Donner une fonction f qui pourrait admettre cette étude de signe et ces asymptotes.