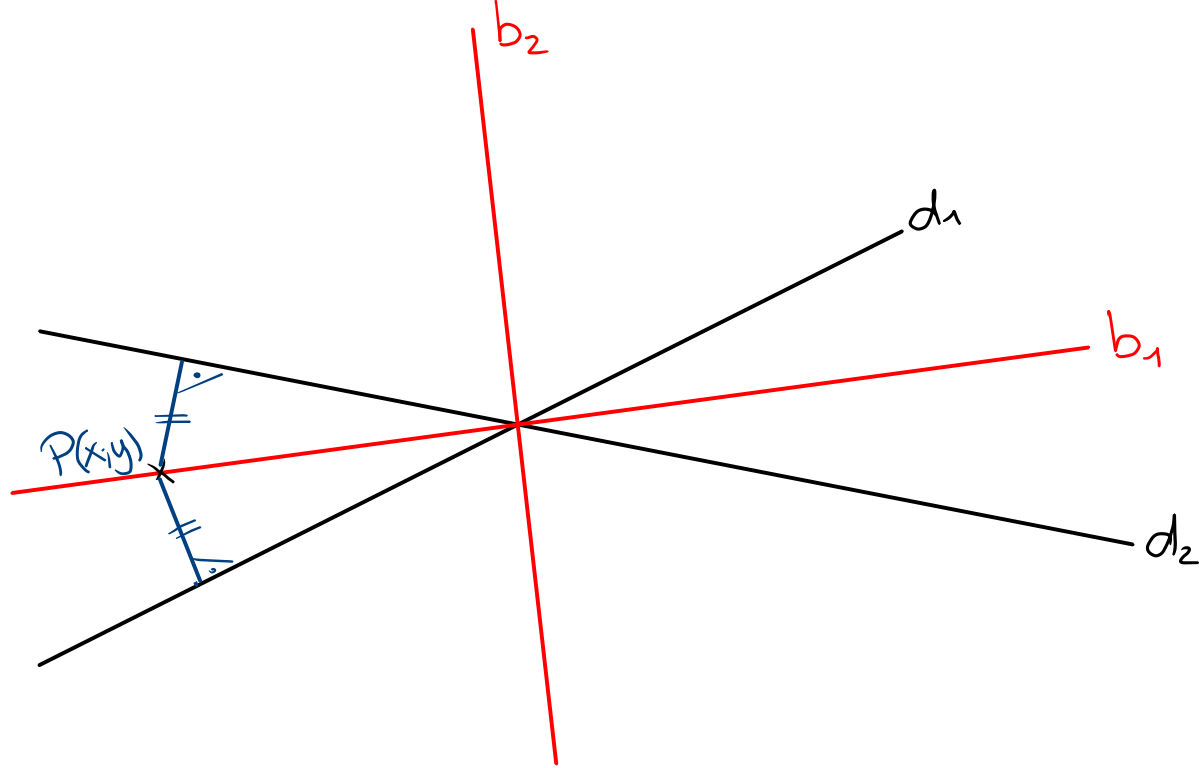


## 2.3 Bissectrices de deux droites

Déf:

Les bissectrices de deux droites sont l'ensemble des points équidistants de ces deux droites.



Autrement dit, un point  $P(x,y)$  appartient à une bissectrice si  $\delta(P; d_1) = \delta(P; d_2)$

Ainsi si  $d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$  et  $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$

Alors 
$$\frac{|a_1x + b_1y + c_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{|a_2x + b_2y + c_2|}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}}$$

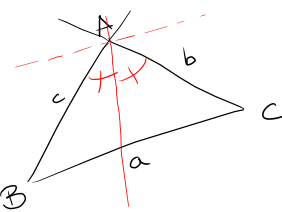
Équations cartésiennes des  
bissectrices  $b_1$  et  $b_2$

Rem:  $b_1 \perp b_2$

Exe: On donne  $\triangle ABC$  avec

$$a: 4x+3y+3=0$$

$$b: 3x+4y-12=0$$

$$c: 12x-5y-48=0$$


Déterminer l'équation de la bissectrice intérieure du  $\triangle ABC$  issue de A.

$b_{1,2}$ : bissectrice de b et c :

$$\frac{3x+4y-12}{\sqrt{9+16}} = \pm \frac{12x-5y-48}{\sqrt{144+25}} \quad | \cdot 65 \quad (5 \cdot 13)$$

$$\frac{3x+4y-12}{5} = \pm \frac{12x-5y-48}{13}$$

$$13(3x+4y-12) = \pm 5(12x-5y-48)$$

$$39x+52y-156 = \pm (60x-25y-240)$$

$$39x+52y-156 = \begin{cases} + & 60x-25y-240 \Leftrightarrow 21x-77y-84=0 \quad | : 7 \\ - & -60x+25y+240 \Leftrightarrow 99x+27y-396=0 \quad | : 9 \end{cases}$$

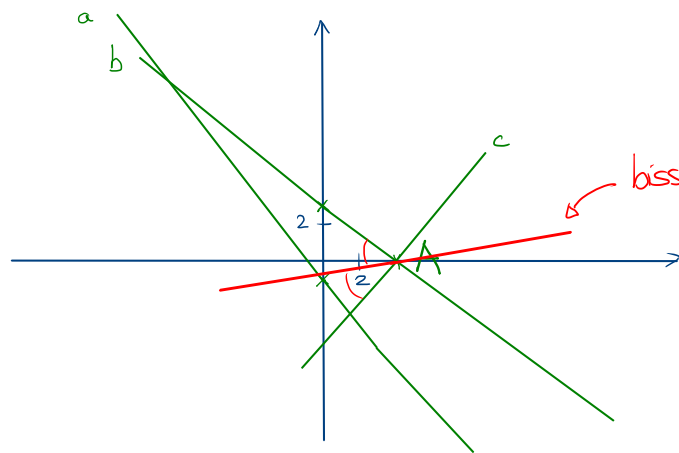
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-11y-12=0 & (b_1) \\ 11x+3y-44=0 & (b_2) \end{cases} \quad m_{b_1} = -\frac{3}{-11} = \frac{3}{11} > 0$$

Pour déterminer laquelle est la bissectrice intérieure du  $\triangle$ , on fait la représentation graphique

$$a: 4x+3y+3=0 \Leftrightarrow y = -\frac{4}{3}x-1 \quad m_a = -\frac{4}{3} \quad \text{Oào : } -1$$

$$b: 3x+4y-12=0 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x+3 \quad m_b = -\frac{3}{4} \quad \text{Oào : } 3$$

$$c: 12x-5y-48=0 \Leftrightarrow y = \frac{12}{5}x - \frac{48}{5} \quad m_c = \frac{12}{5} \quad \text{Si } y=0 \Rightarrow 12x-48=0 \Rightarrow x=4 \Rightarrow (4;0)$$



bissectrice de pente positive  $m > 0$

$$\Rightarrow b_1: 3x-11y-12=0$$

Ex 3.2.13

$$3x+4y-5=0 \quad \text{et} \quad 5x-12y+3=0$$

$$b_{12}: \frac{3x+4y-5}{\underbrace{\sqrt{9+16}}_5} = \pm \frac{5x-12y+3}{\underbrace{\sqrt{25+144}}_{13}} \quad | \cdot 65 \quad (=5 \cdot 13)$$

$$13(3x+4y-5) = \pm 5(5x-12y+3)$$

$$39x+52y-65 = \pm (25x-60y+15)$$

$$39x+52y-65 = \begin{cases} 25x-60y+15 & \Leftrightarrow 14x+112y-80=0 \Leftrightarrow 7x+56y-40=0 \\ -25x+60y-15 & \Leftrightarrow 64x-8y-50=0 \Leftrightarrow 32x-4y-25=0 \end{cases}$$

Variante pour cette étape :

$$\oplus \quad 39x+52y-65 = 25x-60y+15 \quad \bigg| \quad \ominus \quad 39x+52y-65 = -25x+60y-15$$

$$14x+112y-80=0 \quad | \div 2 \quad \bigg| \quad 64x-8y-50=0 \quad | \div 2$$

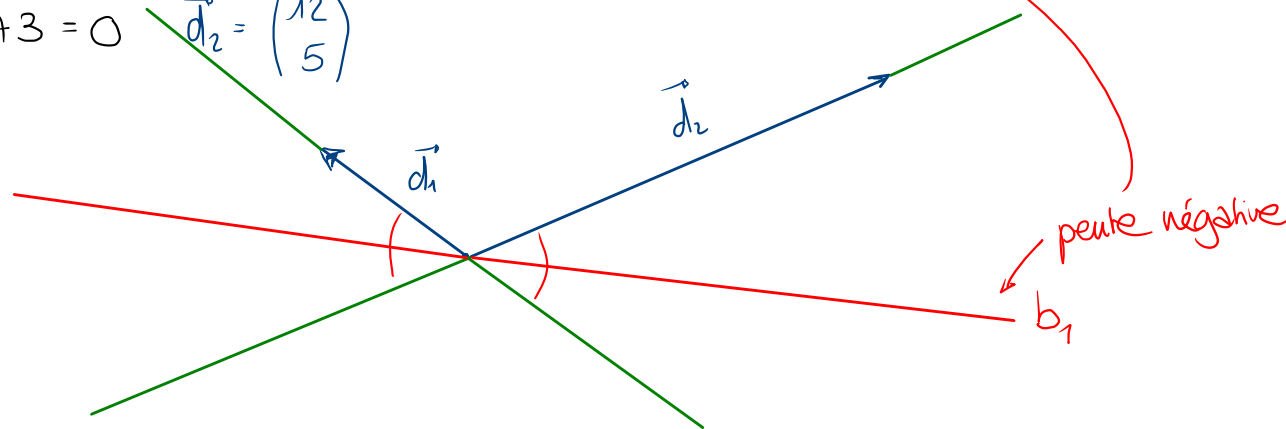
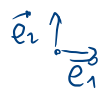
$$b_1: \underline{7x+56y-40=0} \quad \bigg| \quad b_2: 32x-4y-25=0$$

$$m_{b_1} = -\frac{7}{56} = -\frac{1}{8}$$

$$m_{b_2} = -\frac{32}{-4} = 8$$

$$d_1: 3x+4y-5=0 \quad \vec{d}_1 = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$d_2: 5x-12y+3=0 \quad \vec{d}_2 = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix}$$



Ex 3.2.14

$$d_1: x-3y+5=0 \quad \text{et} \quad d_2: 3x-y+15=0$$

$$b_{1,2}: \frac{x-3y+5}{\underbrace{\sqrt{1+9}}_{\sqrt{10}}} = \pm \frac{3x-y+15}{\underbrace{\sqrt{9+1}}_{\sqrt{10}}} \quad | \cdot \sqrt{10}$$

$$x-3y+5 = \pm (3x-y+15)$$

$$x-3y+5 = \begin{cases} 3x-y+15 & \Leftrightarrow 2x+2y+10=0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x+y+5=0}} \quad (b_1) \\ -3x+y-15 & \Leftrightarrow 4x-4y+20=0 \Leftrightarrow x-y+5=0 \quad (b_2) \end{cases}$$

$$J(-1, -4) \in b_1? : -1-4+5=0 \checkmark \Rightarrow J \in b_1$$

$$J(-1, -4) \in b_2? : -1+4+5=8 \neq 0 \Rightarrow J \notin b_2$$

Ex 3.2.12

$$\frac{2x-3y-5}{\underbrace{\sqrt{4+9}}_{\sqrt{13}}} = \pm \frac{6x-4y+7}{\underbrace{\sqrt{36+16}}_{\sqrt{52}}} \quad | \cdot 2\sqrt{13}$$
$$\sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = \sqrt{4}\sqrt{13} = 2\sqrt{13}$$

$$2(2x-3y-5) = \pm (6x-4y+7)$$

$$4x-6y-10 = \begin{cases} 6x-4y+7 & \Leftrightarrow \underline{2x+2y+17=0} & (b_1) \\ -6x+4y-7 & \Leftrightarrow 10x-10y-3=0 & (b_2) \end{cases}$$

$$\cap \text{ avec } O_x : y=0 \Rightarrow b_1 : 2x+17=0 \Leftrightarrow x = -\frac{17}{2} \quad \checkmark$$

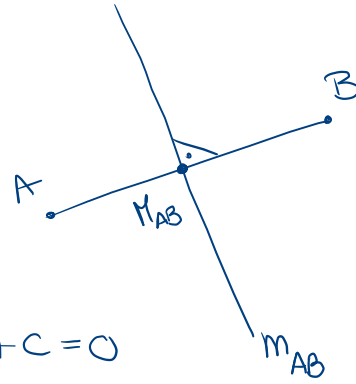
$$y=0 \Rightarrow b_2 : 10x-3=0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{10} \quad \times$$

Ex

Donner l'équation de la médiatrice du segment AB

avec  $A(-1; 5)$  et  $B(-3; -4)$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -3 + 1 \\ -4 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -9 \end{pmatrix} = \vec{n}_{m_{AB}}$$



$$\Rightarrow m_{AB} : -2x - 9y + C' = 0 \Leftrightarrow 2x + 9y + C = 0$$

$$M_{AB}\left(\frac{-1-3}{2}; \frac{5-4}{2}\right) = M_{AB}\left(-2; \frac{1}{2}\right) \in m_{AB} \Rightarrow -4 + \frac{9}{2} + C = 0$$

$$C = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow m_{AB} : 2x + 9y - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{4x + 18y - 1 = 0}}$$