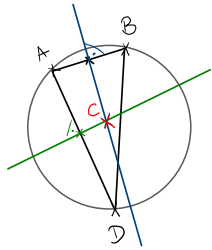


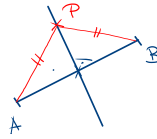
Cercles particuliers

1) Cercle circonscrit à un triangle ou passant par 3 points



La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment.

form. p.39

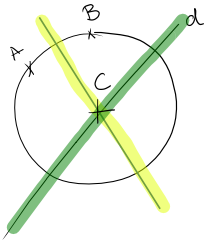


Les trois médiatrices sont concourantes en un point O.
O est le centre du cercle circonscrit au triangle.

← centre : $\cap$ de deux médiatrices

rayon : $r = \|\vec{CA}\| = \|\vec{CB}\| = \|\vec{CO}\|$ ou on remplace x et y dans l'équation du cercle par les coords d'un point.

Exemple : Déterminer l'équation du cercle passant par $A(-3;12)$ et $B(5;-4)$
et dont le centre se trouve sur $d: 2x - y - 7 = 0$



● Centre est sur la médiatrice de AB

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 5+3 \\ -4-12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -16 \end{pmatrix} = 8 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \vec{n}_{m_{AB}}$$

$$\Rightarrow m_{AB}: x - 2y + C = 0$$

$$M_{AB}\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{12-4}{2}\right) = (1; 4) \in m_{AB} \Rightarrow 1 - 2 \cdot 4 + C = 0 \\ C = 7$$

$$\Rightarrow m_{AB}: x - 2y + 7 = 0$$

$$C = d \cap m_{AB}: \begin{cases} x - 2y + 7 = 0 & | \cdot 1 \\ 2x - y - 7 = 0 & | \cdot -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r} x - 2y + 7 = 0 \\ -4x + 2y + 14 = 0 \\ \hline -3x + 21 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x = 21 \\ x = 7 \end{array}$$

$$(2) \Rightarrow 2 \cdot 7 - y - 7 = 0$$

$$7 - y = 0$$

$$y = 7$$

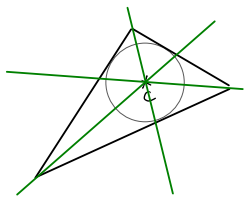
$$\Rightarrow C(7; 7)$$

$$\Rightarrow \gamma: (x-7)^2 + (y-7)^2 = r^2$$

$$A(-3; 12) \in \gamma: (-3-7)^2 + (12-7)^2 = 100 + 25 = 125 = r^2$$

$$\Rightarrow \gamma: (x-7)^2 + (y-7)^2 = 125$$

2) Cercle inscrit dans un triangle ou tangent aux 3 côtés



Centre point d'I des bissectrices

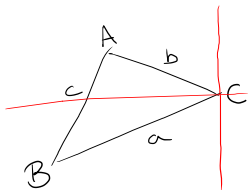
rayon est la distance entre le centre et un des côtés.

Exemple: Cercle inscrit dans le Δ donné par

$$a: -2x - y + 6 = 0$$

$$b: -x - 2y + 21 = 0$$

$$c: x - 2y - 13 = 0$$



biss. de a et b : $b_c: \frac{-2x - y + 6}{\sqrt{4+1}} = \pm \frac{-x - 2y + 21}{\sqrt{1+4}} \quad | \cdot \sqrt{5}$

$$-2x - y + 6 = \pm (-x - 2y + 21)$$

$$-2x - y + 6 = -x - 2y + 21 \Leftrightarrow x - y + 15 = 0 \quad b_1 = -\frac{1}{-1} = 1$$

$$-2x - y + 6 = x - 2y + 21 \Leftrightarrow 3x + 3y - 27 = 0 \Leftrightarrow x + y - 9 = 0$$

$$b_2 = -\frac{1}{1} = -1 < 0$$

Représentation graphique :

$$a: -2x - y + 6 = 0$$

$$y = -2x + 6$$

penée 0.80

$$b: -x - 2y + 21 = 0$$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{si } y=0 \Rightarrow -x + 21 = 0$$

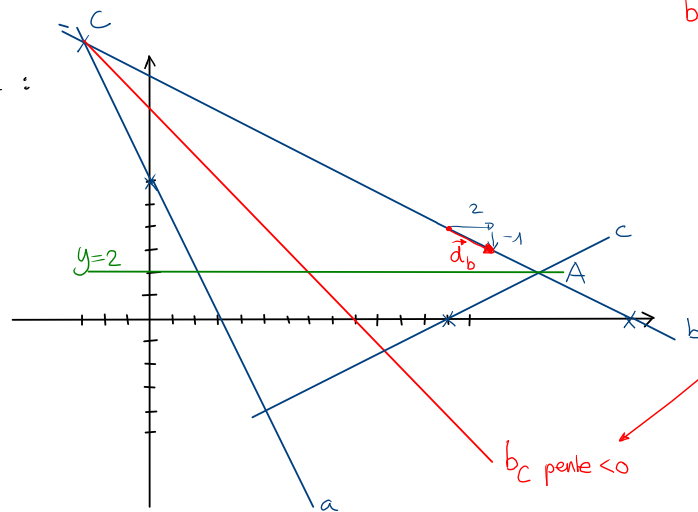
$$x = 21$$

$$c: x - 2y - 13 = 0$$

$$\text{si } y=0 \Rightarrow x - 13 = 0$$

$$x = 13$$

$$\text{avec } \vec{d}_c = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$



bissectrice de b et c : $b_A : \frac{-x-2y+21}{\sqrt{1+4}} = \pm \frac{x-2y-13}{\sqrt{1+4}} \quad | \cdot \sqrt{5}$

$$-x-2y+21 = \pm (x-2y-13)$$

$$\begin{cases} -x-2y+21 = x-2y-13 & \Leftrightarrow 2x-34=0 & \Leftrightarrow x-17=0 & \Leftrightarrow x=17 \\ & & & \text{(droite verticale)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x-2y+21 = -x+2y+13 & \Leftrightarrow 4y-8=0 & \Leftrightarrow y-2=0 & \Leftrightarrow \underline{\underline{y=2}} \\ & & & \text{(droite horizontale)} \end{cases}$$

$C \cap \text{des bissectrices} : \begin{cases} x+y-9=0 \\ y=2 \end{cases} \xrightarrow{\text{subst.}} \begin{cases} x+2-9=0 \\ x=7 \end{cases} \Rightarrow C(7;2)$

$$r = \delta(C; a) = \frac{|-2 \cdot 7 - 2 + 6|}{\sqrt{4+1}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\gamma : (x-7)^2 + (y-2)^2 = 20}}$$