Ex 2.1.1

a) $(x-5)^2+(y+2)^2=25$ cercle de centre $C(5;-2)$ et $r=5$

b) $(x+2)^2+y^2=64$ " " $C(-2;0)$ et $r=8$

c) $(x-5)^2+(y+2)^2=0$ c'est un point $(5;-2)$ $(r=0)$

d) $x^2+(y-5)^2=5$ cercle de centre $C(0;5)$ et $r=\sqrt{5}$

e) $x^2+y^2-2x+4y=20$

$x^2-2x+1+y^2+4y+4=20+1+4$

$(x-1)^2+(y+2)^2=25$ cercle de centre $C(1;-2)$ et $r=5$

f) $x^2+y^2-2x+4y+14=0$

$x^2-2x+1+y^2+4y+4=-14+1+4$

$(x-1)^2+(y+2)^2=-9$ $\lightning$ nég. pas un cercle.

g) $x^2+y^2+4x-2y+5=0$

$x^2+4x+4+y^2-2y+1=-5+4+1$

$(x+2)^2+(y-1)^2=0$ c'est un point $(-2;1)$

h) $x^2+y^2+x=0$

$x^2+x+\frac{1}{4}+y^2=0+\frac{1}{4}$

$(x+\frac{1}{2})^2+y^2=\frac{1}{4}$ cercle de centre $C(-\frac{1}{2};0)$ et $r=\frac{1}{2}$

i) $x^2+y^2+6x-4y+14=0$

$x^2+6x+9+y^2-4y+4=-14+9+4$

$(x+3)^2+(y-2)^2=-1$ $\lightning$ (nég.) ce n'est pas un cercle

j) $x^2+y^2+y=0$

$x^2+y^2+y+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

$x^2+(y+\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$ cercle de centre $C(0;-\frac{1}{2})$ et $r=\frac{1}{2}$

Ex 2.1.2

a) $C(0;0)$ et $r=3$: $x^2+y^2=9$

b) $C(2;-3)$ et $r=7$: $(x-2)^2+(y+3)^2=49$

c) $C(6;-8)$ et passe par $O(0;0)$: $\gamma : (x-6)^2+(y+8)^2=r^2$

1e méthode : $O \in \gamma \Rightarrow (0-6)^2+(0+8)^2 = 36+64 = 100 = r^2$ $(r=10)$

$\Rightarrow \gamma : (x-6)^2+(y+8)^2 = 100$

2e méthode : $r = \|\overrightarrow{OC}\| = \left\|\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{6^2+(-8)^2} = \sqrt{100} = 10 \Rightarrow \dots$

d) $C(-1;2)$ et passe par $A(2;6)$: $\gamma : (x+1)^2+(y-2)^2=r^2$

1e méthode : $A \in \gamma \Rightarrow (2+1)^2+(6-2)^2 = 9+16 = 25 = r^2$ $(r=5)$

$\Rightarrow \gamma : (x+1)^2+(y-2)^2 = 25$

2e méthode : $r = \|\overrightarrow{AC}\| = \left\|\begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{(-3)^2+(-4)^2} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow \dots$

e) $A(3;2)$, $B(-1;6)$ diamètre :

centre : milieu de AB : $M_{AB}\left(\frac{3+(-1)}{2};\frac{2+6}{2}\right) = (1;4)$

$\Rightarrow \gamma : (x-1)^2+(y-4)^2 = r^2$

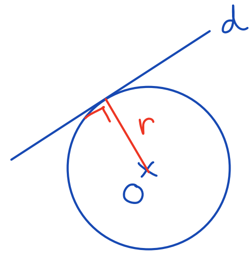
1e méthode : $A \in \gamma \Rightarrow (3-1)^2+(2-4)^2 = 4+4 = 8 = r^2$ $(r=\sqrt{8}=2\sqrt{2})$

$\Rightarrow \gamma : (x-1)^2+(y-4)^2 = 8$

(2e méthode : $r = \frac{\|\overrightarrow{AB}\|}{2} = \|\overrightarrow{AM_{AB}}\| = \dots$)

f) $C(0;0)$ et tgt à $d : 3x-4y+20=0$

$r = \delta(C;d) = \frac{|3\cdot 0-4\cdot 0+20|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{20}{\sqrt{25}} = \frac{20}{5} = 4$

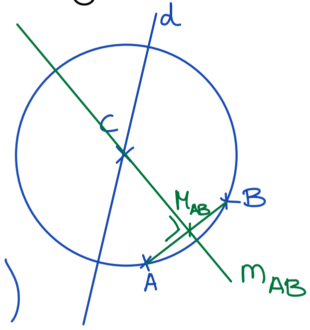


$\Rightarrow \gamma : x^2+y^2=16$

g) $C(1;-1)$ et tgt à $d : 5x-12y+9=0$

$r = \delta(C;d) = \frac{|5\cdot 1-12\cdot(-1)+9|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}} = \frac{26}{13} = 2 \Rightarrow \gamma : (x-1)^2+(y+1)^2 = 4$

h) $\underbrace{\text{passe par } A(3;1) \text{ et } B(-1;3)}_{\text{le centre se trouve sur la médiatrice de } AB}$ et $C \in d : 3x-y-2=0$



$*$ m_{AB} : $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{n}_{m_{AB}}$

(vecteur normal de m_{AB} car $\perp$ à AB)

$\Rightarrow$ m_{AB} : $-2x+y+c=0$ et

$M_{AB}\left(\frac{3+(-1)}{2} ; \frac{1+3}{2}\right) = (1;2) \in m_{AB} \Rightarrow -2\cdot 1+2+c=0 \Leftrightarrow c=0$

$\Rightarrow$ m_{AB} : $-2x+y=0$

$*$ $C \in d \cap m_{AB}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} 3x-y=2 & \mid 1 \\ -2x+y=0 & \mid 1 \end{cases}$

$x = 2 \Rightarrow 3\cdot 2-y=2 \Leftrightarrow y=4 \Rightarrow C(2;4)$

$\Rightarrow$ $\gamma : (x-2)^2+(y-4)^2=r^2$ et

$A \in \gamma \Rightarrow (3-2)^2+(1-4)^2 = 1+9 = 10$ $(r=\sqrt{10})$ $\Rightarrow$ $\gamma : (x-2)^2+(y-4)^2=10$

i) passe par $A(1;1)$ $B(1;-1)$ et $C(2;0)$

$*$ m_{AB} : $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{n}_{m_{AB}}$ (vecteur vertical)

$\Rightarrow$ $y+c=0$ (drte horizontale)

$M_{AB}\left(\frac{1+1}{2} ; \frac{1+(-1)}{2}\right) = (1;0) \in m_{AB} \Rightarrow 0+c=0 \Leftrightarrow c=0$

$\Rightarrow$ m_{AB} : $y=0$ (c'est l'axe Ox)

$*$ m_{AC} : $\vec{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \vec{n}_{m_{AC}} \Rightarrow x-y+c=0$

$M_{AC}\left(\frac{1+2}{2} ; \frac{1+0}{2}\right) = \left(\frac{3}{2} ; \frac{1}{2}\right) \in m_{AC} \Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{1}{2}+c=0 \Leftrightarrow c=-1$

$\Rightarrow$ m_{AC} : $x-y-1=0$

$*$ $K = m_{AB} \cap m_{AC} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ x-y-1=0 \end{cases} \Rightarrow x=1 \Rightarrow K(1;0)$

$\Rightarrow$ $\gamma : (x-1)^2+y^2=r^2$

$A \in \gamma \Rightarrow (1-1)^2+1^2 = 0+1 = 1 = r^2 \Rightarrow$ $\gamma : (x-1)^2+y^2=1$