

Ex 2.1.9

$$d: 4x-5y-3=0$$

$$t_1: 2x-3y-10=0$$

$$t_2: 3x-2y+5=0$$

* cercle lgt à t_1 et t_2 donc centre sur bissectrices de t_1 et t_2 :

$$\frac{2x-3y-10}{\underbrace{\sqrt{2^2+(-3)^2}}_{\sqrt{13}}} = \pm \frac{3x-2y+5}{\underbrace{\sqrt{3^2+(-2)^2}}_{\sqrt{13}}} \quad | \cdot \sqrt{13}$$

$$2x-3y-10 = \pm (3x-2y+5)$$

$$\oplus \quad 2x-3y-10 = 3x-2y+5$$

$$-x-y-15=0$$

$$b_1: \underline{x+y+15=0}$$

$$\ominus \quad 2x-3y-10 = -3x+2y-5$$

$$5x-5y-5=0$$

$$b_2: \underline{x-y-1=0}$$

$$* C_1 = d \cap b_1 : \begin{cases} 4x-5y=3 \\ x+y=-15 \end{cases} \begin{array}{l} | 1 \\ | 5 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 4x-5y=3 \\ 5x+5y=-75 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 9x & = & -72 \\ x & = & -8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (2^e) \\ \Rightarrow -8+y=-15 \\ y=-7 \end{array} \Rightarrow \underline{C_1(-8; -7)}$$

$$r_1 = \delta(C_1; t_1) = \frac{|2 \cdot (-8) - 3 \cdot (-7) + 10|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = \frac{|-5|}{\sqrt{13}} = \frac{5}{\sqrt{13}} = \underline{\underline{\frac{5\sqrt{13}}{13}}}$$

$$\Rightarrow \underline{r_1: (x+8)^2 + (y+7)^2 = \frac{25}{13}}$$

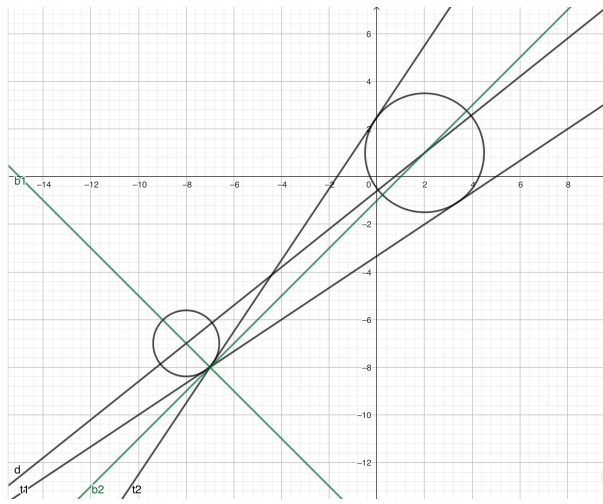
$$* C_2 = d \cap b_2 : \begin{cases} 4x-5y=3 \\ x-y=1 \end{cases} \begin{array}{l} | 1 \\ | -5 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 4x-5y=3 \\ -5x+5y=-5 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} -x & = & -2 \\ x & = & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (2^e) \\ \Rightarrow 2-y=1 \\ y=1 \end{array} \Rightarrow \underline{C_2(2; 1)}$$

$$r_2 = \delta(C_2; t_1) = \frac{|2 \cdot (2) - 3 \cdot (1) + 10|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = \frac{9}{\sqrt{13}} = \underline{\underline{\frac{9\sqrt{13}}{13}}}$$

$$\Rightarrow \underline{r: (x-2)^2 + (y-1)^2 = \frac{81}{13}}$$



Ex 2.1.10

$$d: 2x+y=0 \quad t_1: 4x-3y+10=0 \quad t_2: 4x-3y-30=0$$

* cercle rgt à t_1 et t_2 donc centre sur bissectrice de t_1 et t_2 :

$$\frac{4x-3y+10}{\underbrace{\sqrt{4^2+(-3)^2}}_5} = \pm \frac{4x-3y-30}{\underbrace{\sqrt{4^2+(-3)^2}}_5} \quad | \cdot 5$$

$$4x-3y+10 = \pm (4x-3y-30)$$

$$\oplus: 4x-3y+10 = 4x-3y-30$$

$$40 = 0 \quad \text{z}$$

$$\ominus: 4x-3y+10 = -4x+3y+30$$

$$8x-6y-20=0$$

$$b_2: \underline{4x-3y-10=0}$$

les droites t_1 et t_2 étant parallèles il n'y a qu'une seule bissectrice, // à t_1 et t_2
et qui se trouve au milieu des deux dîtes donc $c = \frac{c_1+c_2}{2}$ (a et b identiques)
car //

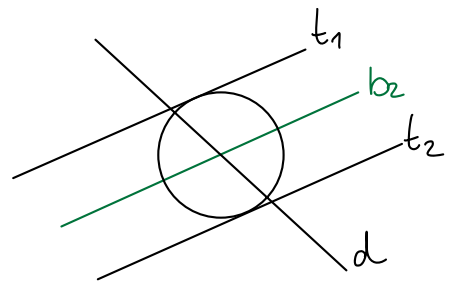
$$* C = d \cap b_2 \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=0 \\ 4x-3y=10 \end{cases} \quad \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \Rightarrow + \begin{cases} 6x+3y=0 \\ 4x-3y=10 \end{cases}$$

$$\frac{10x}{x} = \frac{10}{1} \quad \begin{matrix} 1^{\text{e}} \text{eq.} \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad 2+y=0 \Leftrightarrow y=-2$$

$$\Rightarrow \underline{C(1; -2)}$$

$$* r = \delta(C; t_1) = \frac{|4 \cdot 1 - 3 \cdot (-2) + 10|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{20}{5} = \underline{4}$$

$$\Rightarrow \underline{\gamma: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 16}$$



Ex 2.1.12

* $T(1;2) \in t_1$ car $7 \cdot 1 - 2 - 5 = 0$

* cercle tgt à t_1 et t_2 donc

centre sur bissectrices de t_1 et t_2 :

$$\frac{7x-y-5}{\sqrt{49+1}} = \pm \frac{x+y+13}{\sqrt{1+1}}$$

$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$

$$\frac{7x-y-5}{5\sqrt{2}} = \pm \frac{5(x+y+13)}{5\sqrt{2}} \Leftrightarrow 7x-y-5 = \pm 5(x+y+13)$$

$$\oplus \quad 7x-y-5 = 5x+5y+65$$

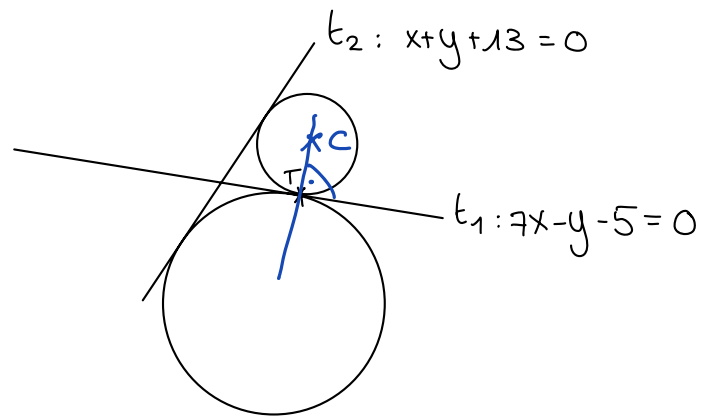
$$2x-6y-70=0$$

$$b_1: \underline{\underline{x-3y-35=0}}$$

$$\ominus \quad 7x-y-5 = -5x-5y-65$$

$$12x+4y+60=0$$

$$b_2: \underline{\underline{3x+y+15=0}}$$



* Comme T est le point de contact (ou de tangence) et que $T \in t_1$, le centre se trouve sur une droite p perpendiculaire à t_1 (la tangente et la droite passant par le centre et le point de tangence sont lrs perpendiculaires.)

$$\Rightarrow p: x+7y+C=0 \text{ et}$$

$$T \in p \Rightarrow 1+7 \cdot 2+C=0 \Leftrightarrow C=-15 \Rightarrow \underline{\underline{p: x+7y-15=0}}$$

$$* C_1 = p \cap b_1: \begin{cases} x+7y=15 \\ x-3y=35 \end{cases} \begin{array}{c|c} 1 & x+7y=15 \\ -1 & -x+3y=-35 \\ \hline & 10y=-20 \end{array} \Leftrightarrow y=-2$$

1^{re} eq.

$$\Rightarrow x-14=15 \Leftrightarrow x=29 \Rightarrow C_1(29; -2)$$

$$* r_1 = \delta(C_1; t_2) = \frac{|29-2+13|}{\sqrt{1+1}} = \frac{40}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad \delta(C_1; T) = \|\vec{C_1T}\|$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\gamma_1: (x-29)^2 + (y+2)^2 = 800}}$$

$$* C_2 = p \cap b_2 : \begin{cases} x+7y=15 & | \cdot 3 \\ 3x+y=-15 & | \cdot (-1) \end{cases} \quad \begin{array}{r} 3x+21y=45 \\ -3x-y=15 \\ \hline 20y=60 \end{array} \Leftrightarrow y=3$$

$\xrightarrow{\text{rés.}}$

$$\Rightarrow x+21=15 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow C(-6; 3)$$

$$* r_2 = \delta(C_2; l_2) = \frac{|-6+3+13|}{\sqrt{1+1}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\gamma_1: (x+6)^2 + (y-3)^2 = 50}$$

Ex 2.1.14

$$d_1: 4x - 3y - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$$

$$d_2: 3x - 4y - 5 = 0$$

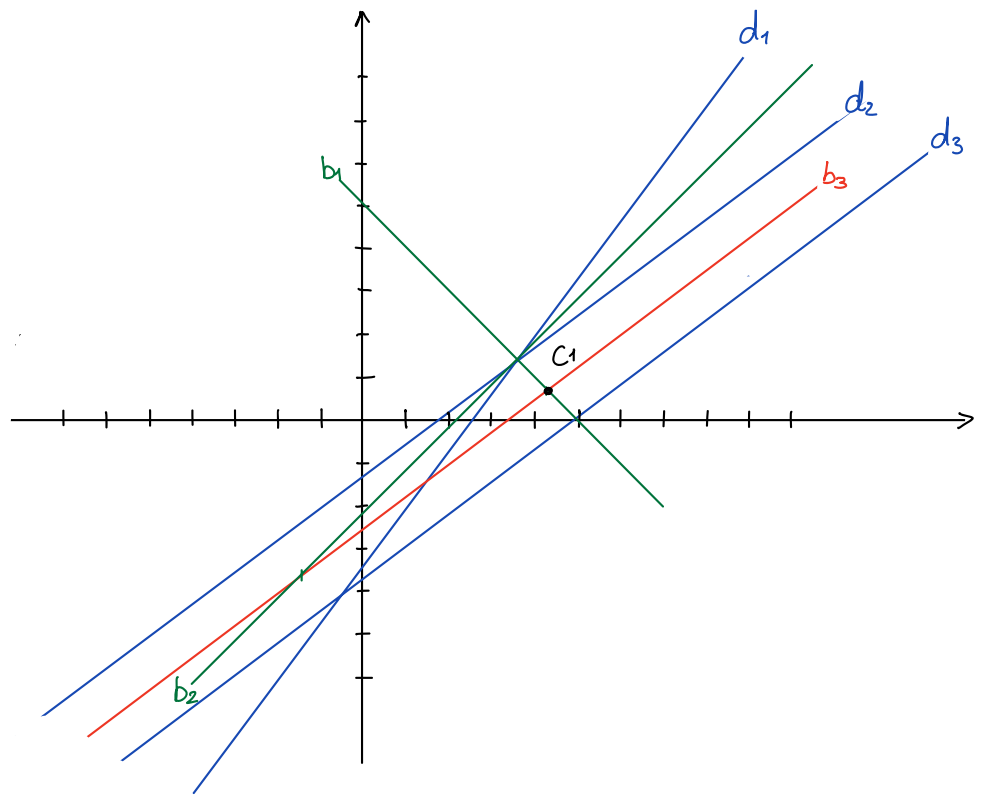
$$y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$$

$$d_3: 3x - 4y - 15 = 0$$

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{15}{4}$$

$$C(4,3; 0,17)$$

$$C'(-1,4; -3,6)$$



On cherche un cercle tangent à trois droites, le centre est donc à l'intersection des bissectrices.

$$\begin{aligned} \text{* bissectrices de } d_1 \text{ et } d_2 : \quad & \frac{4x-3y-10}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} = \pm \frac{3x-4y-5}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} \quad | \cdot 5 \\ & 4x-3y-10 = \pm (3x-4y-5) \end{aligned}$$

$$\oplus : 4x-3y-10 = 3x-4y-5$$

$$b_1: x+y-5=0$$

$$\ominus : 4x-3y-10 = -3x+4y+5$$

$$b_2: 7x-7y-15=0$$

$$\begin{aligned} \text{* bissectrices de } d_2 \text{ et } d_3 : \quad & \frac{3x-4y-5}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \pm \frac{3x-4y-15}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} \quad | \cdot 5 \\ & 3x-4y-5 = \pm (3x-4y-15) \end{aligned}$$

$$\oplus : 3x-4y-5 = 3x-4y-15$$

$$10 = 0 \quad \text{!}$$

$$\ominus : 3x-4y-5 = -3x+4y+15$$

$$6x-8y-20=0$$

$$b_3: 3x-4y-10=0$$

les droites d_2 et d_3 étant parallèles il n'y a qu'une seule bissectrice // à d_2 et d_3 et qui se trouve au milieu des deux dites donc $c = \frac{c_2+c_3}{2}$ (a et b identiques)
car //

Il y a deux cercles et les centres se trouvent à l'intersection de $b_1 \cap b_3$ et de $b_2 \cap b_3$ (comme on le voit sur le graphique)

$$* \quad b_1 \cap b_3 : \begin{cases} x+y-5=0 & | 4 \\ 3x-4y-10=0 & | 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow + \begin{array}{r} 4x+4y-20=0 \\ 3x-4y-10=0 \\ \hline 7x-30=0 \\ x=\frac{30}{7} \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{30}{7} + y - 5 = 0 \\ y = 5 - \frac{30}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow C_1\left(\frac{30}{7}; \frac{5}{7}\right)$$

$$r_1 = \delta(C_1; d_1) = \frac{|4 \cdot \frac{30}{7} - 3 \cdot \frac{5}{7} - 10|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\Rightarrow \underline{\gamma_1: \left(x - \frac{30}{7}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{7}\right)^2 = 1}$$

$$* \quad b_2 \cap b_3 : \begin{cases} 7x-7y-15=0 & | -3 \\ 3x-4y-10=0 & | 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow + \begin{array}{r} -21x+21y+45=0 \\ 21x-28y-70=0 \\ \hline -7y-25=0 \\ y=-\frac{25}{7} \end{array}$$

$$\Rightarrow 3x - 4 \cdot \left(-\frac{25}{7}\right) - 10 = 0$$

$$3x = -\frac{100}{7} + 10 = -\frac{30}{7}$$

$$x = -\frac{10}{7}$$

$$\Rightarrow C_2\left(-\frac{10}{7}; -\frac{25}{7}\right)$$

$$r_2 = \delta(C_2; d_1) = \frac{|4 \cdot \left(-\frac{10}{7}\right) - 3 \cdot \left(-\frac{25}{7}\right) - 10|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\Rightarrow \underline{\gamma_2: \left(x + \frac{10}{7}\right)^2 + \left(y + \frac{25}{7}\right)^2 = 1}$$