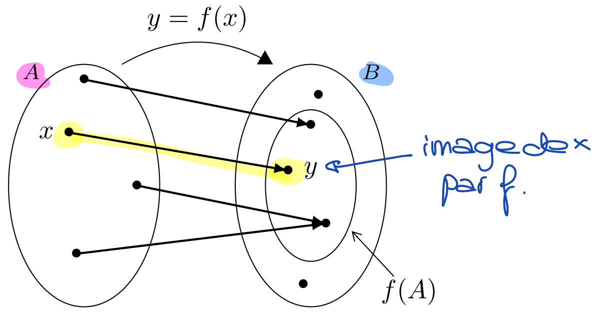
Chapitre 2

Fonctions

2.1 Théorie

Définition :
Une **fonction** f d'un ensemble A vers un ensemble B est une correspondance qui associe à tout élément x de A **exactement un** élément y de B.



L'ensemble A est appelé **ensemble de départ** de la fonction f et l'ensemble B est appelé **ensemble d'arrivée** de la fonction f.

Si l'élément x de A correspond à l'élément y de B, on dit que y est **l'image** de x par f, et se note $y = f(x)$.

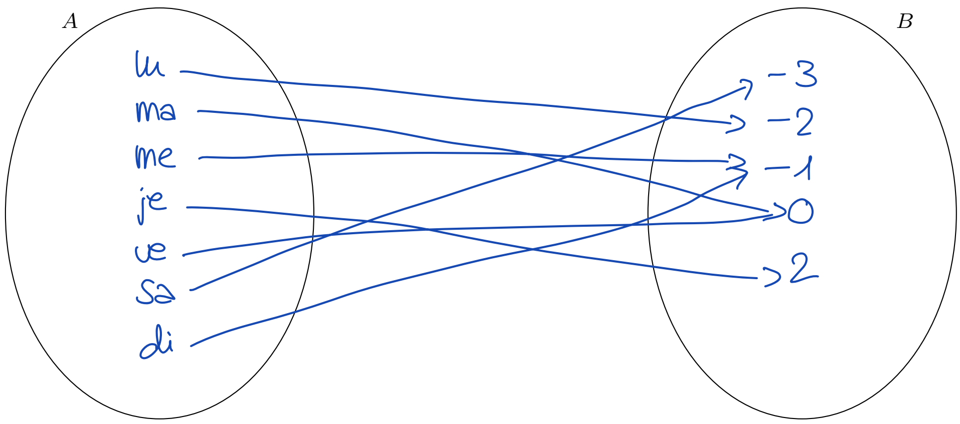
Exemples :

a) À l'aide d'un thermomètre, on mesure à une heure fixe durant chaque jour d'une semaine la température devant le gymnase. On obtient les mesures suivantes :

lu : -2°C ma : 0°C me : -1°C je : 2°C ve : 0°C sa : -3°C di : -1°C

Ces mesures définissent-elles une fonction ? Si oui, déterminer son ensemble de départ et son ensemble d'arrivée.

oui
à chaque jour de la semaine correspond exactement une température



A ens. des jours de la semaine

ens des températures

b) Considérons la fonction f qui à tout nombre réel, associe son carré. Déterminer une expression algébrique de f, son ensemble de départ, son ensemble d'arrivée et l'image de 4 par f ?

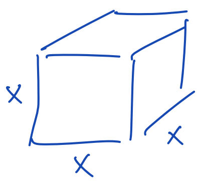
- $f(x) = x^2$ ou $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$, $x \mapsto x^2$
- $f(4) = 4^2 = 16$ ou $4 \mapsto 16$

Une fonction f peut être représentée de trois manières différentes :

- à l'aide d'une **expression algébrique** : elle explicite le lien existant entre x et $f(x)$, $f(x) = \ldots$
- à l'aide d'un **tableau de valeurs** : le tableau associe les diverses valeurs de x et $f(x)$,
- à l'aide d'un **graphique** : le graphe est formé par l'ensemble des points du plan de la forme $\big((x\,;\,f(x)\big)$.

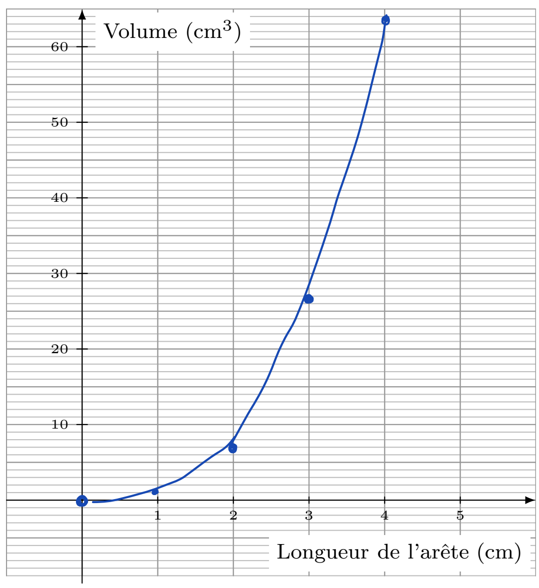
Exemples :

a) Considérons la fonction exprimant le volume $V(x)$ d'un cube en fonction de la longueur x de l'une de ses arêtes. Représenter cette fonction à l'aide d'une expression algébrique, d'un tableau de valeurs et d'un graphique :



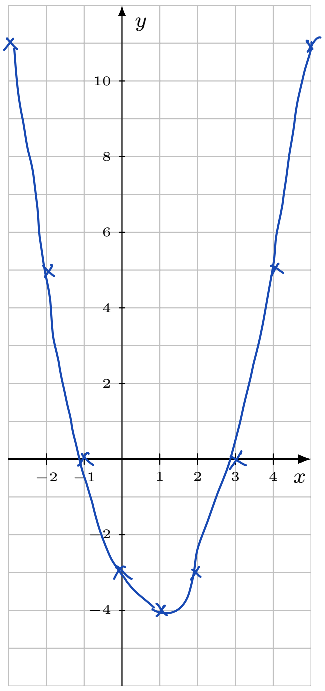
- $V(x) = x^3$

Arête (cm)	Volume du cube (cm^3)
0	$0^3 = 0$
1	$1^3 = 1$
2	$2^3 = 8$
3	$3^3 = 27$
4	$4^3 = 64$



b) On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Représenter cette fonction à l'aide d'un tableau de valeurs et d'un graphique.

x	$f(x) = x^2 - 2x - 3$
-3	$(-3)^2 - 2(-3) - 3 = 9 + 6 - 3 = 12$
-2	$4 + 4 - 3 = 5$
-1	$1 + 2 - 3 = 0$
0	-3
1	$1 - 2 - 3 = -4$
2	$4 - 4 - 3 = -3$
3	$9 - 6 - 3 = 0$
4	$16 - 8 - 3 = 5$
5	$25 - 10 - 3 = 12$

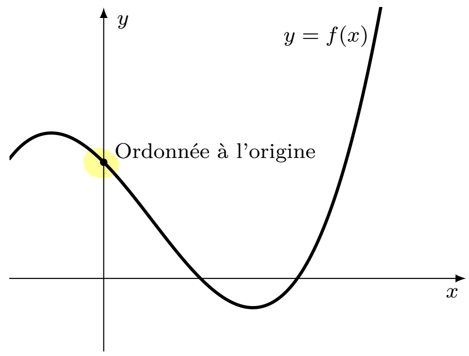


ex 2.6 à 2.8 p.44...

Définition : OàO

On appelle **ordonnée à l'origine** d'une fonction f l'ordonnée du point d'intersection de son graphe avec l'axe Oy. Pour la déterminer, on évalue l'expression $f(0)$. calculer

(ordonnée = 2e coordonnée = y)



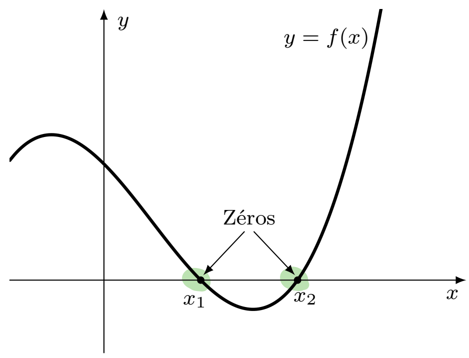
Exemples :

Quelle est l'ordonnée à l'origine de l'exemple a) ? 0

Quelle est l'ordonnée à l'origine de l'exemple b) ? −3

Définition :

On appelle **zéro** d'une fonction f l'abscisse du ou des point(s) d'intersection de son graphe avec l'axe Ox. Pour le(s) déterminer, on cherche les solutions de l'équation $f(x) = 0$. résoudre



Exemples :

Quel est le zéro de l'exemple a) ? 0

Quels sont les zéros de l'exemple b) ? −1 et 3

Exemples :

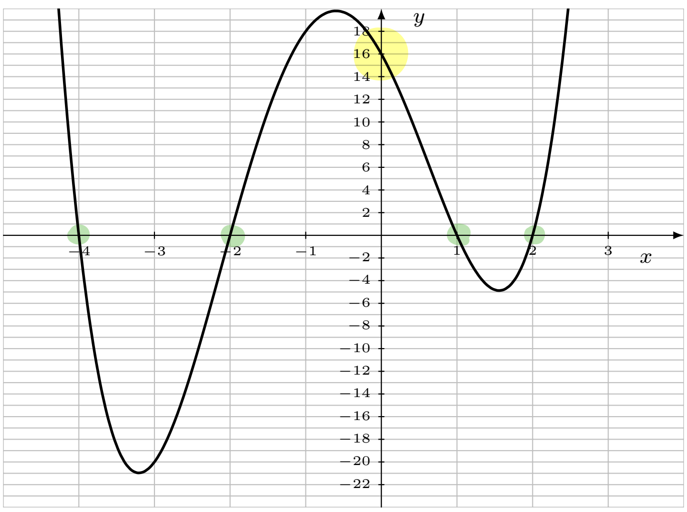
a) Déterminer l'ordonnée à l'origine et le(s) zéro(s) de la fonction f définie à l'aide des valeurs ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	7	0	-1	-2	0	5	4

OàO : -2

zéros : -2 et 1

b) Déterminer graphiquement l'ordonnée à l'origine et le(s) zéro(s) de la fonction dont le graphe est :



OàO : 16

zéros : -4 ; -2 ; 1 et 2

c) Déterminer algébriquement l'ordonnée à l'origine et le(s) zéro(s) des fonctions ci-dessous :

$$f(x) = 3x - 4 \qquad g(x) = x - 6 \qquad h(x) = -1 \qquad i(x) = (x-2)(x+3)$$

OàO :

$f(0) = -4$

$g(0) = -6$

$h(0) = -1$

$i(0) = -2 \cdot 3 = -6$

zéros :

$f(x) = 0$
$3x - 4 = 0$
$3x = 4$
$x = 4/3$

$g(x) = 0$
$x - 6 = 0$
$x = 6$

$h(x) = 0$
$-1 = 0$
impossible
pas de zéro

$i(x) = 0$
$(x-2)(x+3) = 0$
2 et -3

ex 2.9/10
p. 44 ....