

3.2 Exercices

Exercice 3.1 Produits remarquables

$$\textcircled{1} \quad \text{a) } (x + 2)^2 = \underline{x^2 + 4x + 4}$$

$$A = x \quad B = 2$$

$$A^2 = x^2 \quad B^2 = 4$$

$$2AB = 2 \cdot x \cdot 2 = 4x$$

$$\text{i) } (5x - 2y)^2 = \underline{25x^2 - 20xy + 4y^2}$$

$$\textcircled{1} \quad \text{b) } (2x + 3)^2 = \underline{4x^2 + 12x + 9}$$

$$A = 2x \quad B = 3$$

$$A^2 = 4x^2 \quad B^2 = 9$$

$$2AB = 2 \cdot 2x \cdot 3 = 12x$$

$$\text{j) } (11x - 3y)^2 = \underline{121x^2 - 66xy + 9y^2}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{c) } (5x - 2)^2 = \underline{25x^2 - 20x + 4}$$

$$A = 5x \quad B = 2$$

$$A^2 = 25x^2 \quad B^2 = 4$$

$$2AB = 2 \cdot 5x \cdot 2 = 20x$$

$$\text{k) } (10x + y)(10x - y) = \underline{100x^2 - y^2}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{d) } (4x - 3)^2 = \underline{16x^2 - 24x + 9}$$

$$A = 4x \quad B = 3$$

$$A^2 = 16x^2 \quad B^2 = 9$$

$$2AB = 2 \cdot 4x \cdot 3 = 24x$$

$$\text{l) } (8x + 5y)(8x - 5y) = \underline{64x^2 - 25y^2}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{e) } (x + 2)(x - 2) = \underline{x^2 - 4}$$

$$A = x \quad B = 2$$

$$A^2 = x^2 \quad B^2 = 4$$

$$\text{m) } (x^2 + 2y)(x^2 - 2y) = \underline{x^4 - 4y^2}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{f) } (6x + 7)(6x - 7) = \underline{36x^2 - 49}$$

$$A = 6x \quad B = 7$$

$$A^2 = 36x^2 \quad B^2 = 49$$

$$\text{n) } (2x^2 + 3y^3)^2 = \underline{4x^4 + 12x^2y^3 + 9y^6}$$

$$\textcircled{1} \quad \text{g) } (x + 2y)^2 = \underline{x^2 + 4xy + 4y^2}$$

$$A = x \quad B = 2y$$

$$A^2 = x^2 \quad B^2 = 4y^2$$

$$2AB = 2 \cdot x \cdot 2y = 4xy$$

$$\text{o) } (4x^2y - 3xy^2)^2 = \underline{16x^4y^2 - 24x^3y^3 + 9x^2y^4}$$

$$\textcircled{1} \quad \text{h) } (3x + 4y)^2 = \underline{9x^2 + 24xy + 16y^2}$$

$$A = 3x \quad B = 4y$$

$$A^2 = 9x^2 \quad B^2 = 16y^2$$

$$2AB = 2 \cdot 3x \cdot 4y = 24xy$$

$$\text{p) } (6x^4 + 5ay^3)^2 = \underline{36x^8 + 60ax^4y^3 + 25a^2y^6}$$

Exercice 3.2 Produits remarquables

$$\begin{aligned}
 \text{a) } (x+4)^2 - (x-4)^2 &= x^2 + 8x + 16 - (x^2 - 8x + 16) \\
 &= x^2 + 8x + 16 - x^2 + 8x - 16 \\
 &= \underline{16x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } (3x+3y)^2 - 3(x+y)^2 &= 9x^2 + 18xy + 9y^2 - 3(x^2 + 2xy + y^2) \\
 &= 9x^2 + 18xy + 9y^2 - 3x^2 - 6xy - 3y^2 \\
 &= \underline{6x^2 + 6y^2 + 12xy}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } (7x-4)^2 + (3x+5)(3x-5) &= 49x^2 - 56x + 16 + 9x^2 - 25 \\
 &= \underline{58x^2 - 56x - 9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } (a+b)^2 - (a+b)(a-b) &= a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - b^2) \\
 &= a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + b^2 \\
 &= \underline{2b^2 + 2ab}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } (x-2)(x^2+4)(x+2) &= \underbrace{(x-2)(x+2)}_{\text{③}} (x^2+4) \\
 &= (x^2-4)(x^2+4) \quad \text{③} \\
 &= \underline{x^4 - 16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f) } (2x+3y)^2 - (x+3y)(x-2y) - 3(x-7y)^2 &= \\
 4x^2 + 12xy + 9y^2 - \underbrace{(x^2 - 2xy + 3xy - 6y^2)}_{+xy} - 3(x^2 - 14xy + 49y^2) &= \\
 = \underline{4x^2 + 12xy + 9y^2} - \underline{x^2 - xy + 6y^2} - \underline{3x^2 + 42xy - 147y^2} &= \\
 = \underline{-132y^2 + 53xy} &=
 \end{aligned}$$

Exercice 3.3

Compléter les carrés dont font partie les polynômes (binômes) suivants.

Par exemple : $9x^2 + 12x + \dots$ donne $9x^2 + 12x + \boxed{4} = \boxed{(3x + 2)^2}$

$$a) 4x^2 + 4x + \dots = (2x + 1)^2$$

$$2AB = 2 \cdot 2x \cdot B = 4x \cdot B = 4x \Rightarrow B = 1$$

$$b) 4x^2y^2 + \dots + 9 = (2xy + 3)^2$$

$$c) 16a^4 - 8a^2y^2 + \dots = (4a^2 - y^2)^2$$

$$2AB = 2 \cdot 4a^2 \cdot B = 8a^2 \cdot B = 8a^2y^2 \Rightarrow B = y^2$$

$$d) 9x^4 + \dots + 16y^6 = (3x^2 + 4y^3)^2$$

Exercice 3.4 Résoudre

$$a) (x + 5)^2 - (x - 5)^2 = 500$$

$$x^2 + 10x + 25 - (x^2 - 10x + 25) = 500$$

$$x^2 + 10x + 25 - x^2 + 10x - 25 = 500$$

$$20x = 500$$

$$x = 25$$

$$\Rightarrow S = \{25\}$$

$$b) (x + 5)^2 - (x - 3)^2 = 32$$

$$x^2 + 10x + 25 - (x^2 - 6x + 9) = 32$$

$$x^2 + 10x + 25 - x^2 + 6x - 9 = 32$$

$$16x + 16 = 32$$

$$16x = 16$$

$$x = 1$$

$$\Rightarrow S = \{1\}$$

$$c) x^2 - (50 - x)^2 = 100$$

$$x^2 - (2500 - 100x + x^2) = 100$$

$$x^2 - 2500 + 100x - x^2 = 100$$

$$-2500 + 100x = 100$$

$$100x = 2600$$

$$x = 26$$

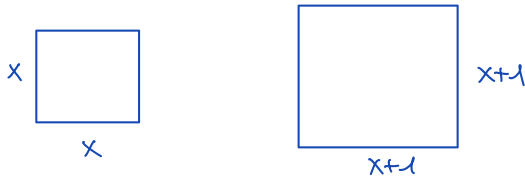
$$\Rightarrow S = \{26\}$$

Exercice 3.5

Un carré est tel que si son côté augmente d'un mètre, son aire augmente de 57 m^2 .

Calculer le côté de ce carré.

Soit x le côté du carré



$$\begin{aligned}(x+1)^2 &= x^2 + 57 \\ x^2 + 2x + 1 &= x^2 + 57 \\ 2x + 1 &= 57 \\ 2x &= 56 \\ x &= 28\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Vérif: } 28^2 &= 784 \\ 29^2 &= 841 \\ 784 + 57 &= 841 \quad \checkmark\end{aligned}$$

le côté du carré vaut 28 m

Exercice 3.6 Résoudre sans formule les équations suivantes.

a) $x^2 = 1$

$$\underline{S = \{\pm 1\}}$$

e) $x^2 - 625 = 0$

$$\begin{aligned}(x+25)(x-25) &= 0 \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \\ -25 \quad \quad 25 \\ S &= \{\pm 25\}\end{aligned}$$

b) $x^2 = 4$

$$\underline{S = \{\pm 2\}}$$

f) $x^2 = -4$

imp.
 $S = \emptyset$

c) $x^2 = 10$

$$\underline{S = \{\pm \sqrt{10}\}}$$

g) $x^2 + 25 = 0$

pas factor
 $S = \emptyset$

d) $x^2 - 5x = 169 - 5x$

$$\begin{aligned}x^2 &= 169 \\ x &= \pm 13\end{aligned}$$

$$\underline{S = \{\pm 13\}}$$

h) $x^2 = 0$

$$x = 0$$

$$\underline{S = \{0\}}$$

Exercice 3.7 Résoudre les équations suivantes par mise en évidence.

a) $x^2 + 7x = 0$

$$x(x+7) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & -7 \end{array}$$

$$S = \{0; -7\}$$

b) $x^2 = 13x$

$$x^2 - 13x = 0$$

$$x(x-13) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 13 \end{array}$$

$$S = \{0; 13\}$$

c) $3x^2 - 24x = 0$

$$3x(x-8) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 8 \end{array}$$

$$S = \{0; 8\}$$

d) $20x = -8x^2$

$$8x^2 + 20x = 0$$

$$4x(2x+5) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 2x+5=0 \\ & 2x = -5 \\ & x = -\frac{5}{2} \end{array}$$

$$S = \{0; -\frac{5}{2}\}$$

e) $\frac{10x^2}{3} = 11x$ $\quad | \cdot 3$

$$10x^2 = 33x$$

$$10x^2 - 33x = 0$$

$$x(10x-33) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 10x-33=0 \\ & 10x = 33 \\ & x = \frac{33}{10} \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{0; \frac{33}{10}\}$$

f) $\frac{3x}{10}x + \frac{10x}{3} = 0$ $\quad | \cdot 30$

$$9x^2 + 100x = 0$$

$$x(9x+100) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 9x+100=0 \\ & 9x = -100 \\ & x = -\frac{100}{9} \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{0; -\frac{100}{9}\}$$

g) $4x^2 + 2x - 5 = 5(x^2 - 1)$

$$4x^2 + 2x - 5 = 5x^2 - 5$$

$$-x^2 + 2x = 0$$

$$-x(x-2) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 2 \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{0; 2\}$$

Exercice 3.8 Résoudre les équations à l'aide des identités remarquables.

a) $x^2 + 4x + 4 = 0$

$$\begin{aligned} (x+2)^2 &= 0 \\ \downarrow \\ -2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{-2\}}$$

b) $x^2 + 9 = 6x$

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 9 &= 0 \\ (x-3)^2 &= 0 \\ \downarrow \\ 3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{3\}}$$

c) $x^2 - 25 = 0$

$$\begin{aligned} (x+5)(x-5) &= 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ -5 \quad 5 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{\pm 5\}}$$

d) $x^2 + 16 = 0$ non factorisable
 \downarrow pos. \downarrow pos.

somme de deux positifs $\neq 0$

$$\Rightarrow \underline{S = \emptyset}$$

e) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

$$\begin{aligned} (2x+3)^2 &= 0 \\ 2x+3 &= 0 \\ 2x &= -3 \\ x &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{-\frac{3}{2}\}}$$

f) $9x^2 = 24x - 16$

$$\begin{aligned} 9x^2 - 24x + 16 &= 0 \\ (3x-4)^2 &= 0 \\ 3x-4 &= 0 \\ 3x &= 4 \\ x &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{\frac{4}{3}\}}$$

g) $16x^2 - 49 = 0$

$$\begin{aligned} (4x+7)(4x-7) &= 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 4x+7 &= 0 & \frac{7}{4} \\ 4x &= -7 \\ x &= -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{\pm \frac{7}{4}\}}$$

h) $5x^2 - 180 = 0$

$$\begin{aligned} 5(x^2 - 36) &= 0 \\ 5(x+6)(x-6) &= 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ -6 \quad 6 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{\pm 6\}}$$

i) $25x^3 - 60x^2 + 36x = 0$

$$\begin{aligned} x(25x^2 - 60x + 36) &= 0 \\ x(5x-6)^2 &= 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 0 \quad 5x-6 &= 0 \\ x &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{0, \frac{6}{5}\}}$$

j) $9x^2 + 100 - (48x + 36) = 0$

$$\begin{aligned} 9x^2 + 100 - 48x - 36 &= 0 \\ 9x^2 - 48x + 64 &= 0 \\ (3x-8)^2 &= 0 \\ \downarrow \\ 3x-8 &= 0 \\ x &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{\frac{8}{3}\}}$$

Exercice 3.9 Résoudre les équations en utilisant la factorisation des trinômes unitaires.

a) $x^2 + 5x + 6 = 0$

$$(x+2)(x+3) = 0$$

\downarrow \downarrow
 -2 -3

$$S = \{-3; -2\}$$

g) $y^2 + 7y + 12 = 0$

$$(y+3)(y+4) = 0$$

\downarrow \downarrow
 -3 -4

$$S = \{-4; -3\}$$

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

\downarrow \downarrow
 2 3

$$S = \{2; 3\}$$

h) $y^2 + 15y + 56 = 0$

$$(y+7)(y+8) = 0$$

\downarrow \downarrow
 -7 -8

$$S = \{-7; -8\}$$

c) $x^2 - x - 6 = 0$

$$(x-3)(x+2) = 0$$

\downarrow \downarrow
 3 -2

$$S = \{-2; 3\}$$

i) $x^2 + x - 56 = 0$

$$(x+8)(x-7) = 0$$

\downarrow \downarrow
 -8 7

$$S = \{-8; 7\}$$

d) $x^2 + x - 6 = 0$

$$(x-2)(x+3) = 0$$

\downarrow \downarrow
 2 -3

$$S = \{-3; 2\}$$

j) $x^2 - 18x + 81 = 0$

$$(x-9)(x-9) = 0$$

$$(x-9)^2 = 0$$

$$S = \{9\}$$

C'est un produit rem.

e) $x^2 + 3x + 2 = 0$

$$(x+2)(x+1) = 0$$

\downarrow \downarrow
 -2 -1

$$S = \{-2; -1\}$$

k) $a^2 + 3a - 54 = 0$

$$(a+9)(a-6) = 0$$

\downarrow \downarrow
 -9 6

$$S = \{-9; 6\}$$

f) $x^2 + 2x - 3 = 0$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

\downarrow \downarrow
 -3 1

$$S = \{-3; 1\}$$

l) $a^2 - 10a + 21 = 0$

$$(a-3)(a-7) = 0$$

\downarrow \downarrow
 3 7

$$S = \{3; 7\}$$

Exercice 3.10 Résoudre les équations à l'aide de la factorisation des trinômes unitaires.

a) $2x^2 - 30x + 88 = 0 \quad | :2$

$$x^2 - 15x + 44 = 0$$

$$(x-4)(x-11) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 4 & 11 \end{array}$$

$$S = \{4; 11\}$$

d) $(x+7)(x+3) = 12$

$$x^2 + 3x + 7x + 21 = 12$$

$$x^2 + 10x + 9 = 0$$

$$(x+9)(x+1) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ -9 & -1 \end{array}$$

$$S = \{-9; -1\}$$

b) $3x = 10 - x^2$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x+5)(x-2) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ -5 & 2 \end{array}$$

$$S = \{-5; 2\}$$

e) $5x^2 - 7x + 24 = 4x^2 + 4x - 4$

$$x^2 - 11x + 28 = 0$$

$$(x-7)(x-4) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 7 & 4 \end{array}$$

$$S = \{4; 7\}$$

c) $\frac{1}{5}x^2 + 4x = -20 \quad | \cdot 5$

$$x^2 + 20x = -100$$

$$x^2 + 20x + 100 = 0$$

$$(x+10)(x+10) = 0$$

$$(x+10)^2 = 0$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ -10 \end{array}$$

$$S = \{-10\}$$

f) $\frac{x^2 - 23}{8} = \frac{11x + 3}{8} \quad | \cdot 8$

$$x^2 - 23 = 11x + 3$$

$$x^2 - 11x - 26 = 0$$

$$(x-13)(x+2) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 13 & -2 \end{array}$$

$$S = \{-2; 13\}$$

Exercice 3.11 Résoudre les équations suivantes par factorisation.

a) $(x-1)^2 = 6x+1$

$$x^2 - 2x + 1 = 6x + 1$$

$$x^2 - 8x = 0$$

$$x(x-8) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 8 \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{0; 8\}$$

b) $7x^2 + 9x = x^2 - 9x + 60$

$$6x^2 + 18x - 60 = 0 \quad | :6$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x+5)(x-2) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ -5 & 2 \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{-5; 2\}$$

c) $\frac{5}{2}(x^2 + 5x) + 5x + 30 = 0 \quad | \cdot 2$

$$5(x^2 + 5x) + 10x + 60 = 0$$

$$5x^2 + 25x + 10x + 60 = 0$$

$$5x^2 + 35x + 60 = 0 \quad | :5$$

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$(x+4)(x+3) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ -4 & -3 \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{-4; -3\}$$

d) $\frac{x^2-3}{7} - \frac{x-6}{14} = 0 \quad | \cdot 14$

$$2(x^2-3) - (x-6) = 0$$

$$2x^2 - 6 - x + 6 = 0$$

$$2x^2 - x = 0$$

$$x(2x-1) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 2x-1=0 \end{array}$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S = \{0; \frac{1}{2}\}$$

e) $\frac{x^2-11}{5} + 3 = x \quad | \cdot 5$

$$x^2 - 11 + 15 = 5x$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-1)(x-4) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 1 & 4 \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{1; 4\}$$

f) $\frac{1}{9}x^2 + 4x - 3 = 3(x-1) \quad | \cdot 9$

$$x^2 + 36x - 27 = 27(x-1)$$

$$x^2 + 36x - 27 = 27x - 27$$

$$x^2 + 9x = 0$$

$$x(x+9) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & -9 \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{-9; 0\}$$

Exercice 3.12 Résoudre les équations suivantes à l'aide de la formule générale.

a) $x^2 + 12x + 35 = 0$

$$a=1 \quad b=12 \quad c=35$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 144 - 4 \cdot 1 \cdot 35 \\ = 144 - 140 = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-12 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{-10}{2} = -5 \\ \frac{-14}{2} = -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{-7; -5\}}$$

b) $12x^2 - 60x + 75 = 0 \quad | :3$

$$4x^2 - 20x + 25 = 0$$

$$a=4 \quad b=-20 \quad c=25$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 400 - 4 \cdot 4 \cdot 25 \\ = 400 - 400 = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{+20}{8} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}}$$

ou

$$a=12 \quad b=-60 \quad c=75$$

$$\Delta = 3600 - 4 \cdot 12 \cdot 75 \\ = 3600 - 3600$$

$$x = \frac{60}{24} = \frac{5}{2}$$

c) $-x^2 - 3 + 2x = 0$ ⚠ ordonner

$$-x^2 + 2x - 3 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$a=1 \quad b=-2 \quad c=3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 3 \\ = 4 - 12 = -8 < 0$$

$$\Rightarrow \underline{S = \emptyset}$$

ou

$$a=-1 \quad b=2 \quad c=-3$$

$$\Delta = 4 - 4(-1)(-3) \\ = 4 - 12 = -8 < 0$$

$$d) 10y^2 + 31y - 14 = 0$$

$$a=10 \quad b=31 \quad c=-14$$

$$\Delta = 31^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-14) = 961 + 560 = 1521 = 39^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-31 \pm 39}{20} = \begin{cases} \frac{8}{20} = \frac{2}{5} \\ \frac{-70}{20} = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \left\{ -\frac{7}{2}; \frac{2}{5} \right\}}$$

$$e) x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$a=1 \quad b=6 \quad c=9$$

$$\Delta = 36 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$$

$$x = \frac{-6}{2} = -3$$

$$\underline{S = \{-3\}}$$

⚠ ordonner le polynôme

$$f) 25x - 25 - 6x^2 = 0$$

$$-6x^2 + 25x - 25 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$6x^2 - 25x + 25 = 0$$

$$a=6 \quad b=-25 \quad c=25$$

$$\Delta = 625 - 4 \cdot 6 \cdot 25 = 625 - 600 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{25 \pm 5}{12} = \begin{cases} \frac{30}{12} = \frac{5}{2} \\ \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \left\{ \frac{5}{2}; \frac{5}{3} \right\}}$$

Exercice 3.13 Résoudre les équations suivantes à l'aide de la formule générale.

$$a) 7x^2 - 252 = 0 \quad | :7$$

$$x^2 - 36 = 0$$

$$a=1 \quad b=0 \quad c=-36$$

$$\Delta = 0 - 4 \cdot 1 \cdot (-36) = 144$$

$$x_{1,2} = \frac{0 \pm 12}{2} = \begin{cases} \frac{12}{2} = 6 \\ -\frac{12}{2} = -6 \end{cases}$$

$$S = \{\pm 6\}$$

ou

$$a=7 \quad b=0 \quad c=-252$$

$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-252) = 7056 = 84^2$$

$$x_{1,2} = \frac{0 \pm 84}{14} = \dots$$

$$b) 7x^2 + 252 = 0 \quad | :7$$

$$x^2 + 36 = 0$$

$$a=1 \quad b=0 \quad c=36$$

$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = -144 < 0$$

$$\Rightarrow S = \emptyset$$

$$c) 2x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$a=2 \quad b=-3 \quad c=2$$

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 - 16 = -7 < 0$$

$$\Rightarrow S = \emptyset$$

$$d) 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$a=2 \quad b=-3 \quad c=-2$$

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{8}{4} = 2 \\ -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \left\{ -\frac{1}{2}, 2 \right\}}$$

$$e) 9t^2 + 48t + 64 = 0$$

$$a=9 \quad b=48 \quad c=64$$

$$\Delta = 48^2 - 4 \cdot 9 \cdot 64 = 2304 - 2304 = 0$$

$$x = \frac{-48}{18} = -\frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow S = \left\{ -\frac{8}{3} \right\}$$

△ ordonne le polynôme

$$f) -72 + 26x - 2x^2 = 0$$

$$-2x^2 + 26x - 72 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$2x^2 - 26x + 72 = 0 \quad | \div 2$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$a=1 \quad b=-13 \quad c=36$$

$$\Delta = 169 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 169 - 144 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{18}{2} = 9 \\ \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{4, 9\}}$$

Exercice 3.14 Résoudre les équations suivantes.

⚠ toujours ... = 0

a) $6x^2 - x = 2$

$$6x^2 - x - 2 = 0$$

$$a=6 \quad b=-1 \quad c=-2$$

$$\Delta = 1 - 4 \cdot 6 \cdot (-2) = 1 + 48 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 7}{12} = \begin{cases} \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \underline{S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{2}{3} \right\}}$$

b) $5x^2 + 13x = 6$

$$5x^2 + 13x - 6 = 0$$

$$a=5 \quad b=13 \quad c=-6$$

$$\Delta = 169 - 4 \cdot 5 \cdot (-6) = 169 + 120 = 289 = 17^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-13 \pm 17}{10} = \begin{cases} \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \\ -\frac{30}{10} = -3 \end{cases} \Rightarrow \underline{S = \left\{ -3; \frac{2}{5} \right\}}$$

c) $x^2 + 2 = 5x$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$a=1 \quad b=-5 \quad c=2$$

$$\Delta = 25 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 25 - 8 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \approx \begin{cases} 4,6 \\ 0,4 \end{cases} \Rightarrow \underline{S = \left\{ \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \right\}}$$

d) $4x + 2 = -x^2$

$$x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$a=1 \quad b=4 \quad c=2$$

$$\Delta = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 16 - 8 = 8$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(-2 \pm \sqrt{2})}{2} = -2 \pm \sqrt{2} \approx \begin{cases} -0,6 \\ -3,4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{8} &= \sqrt{4 \cdot 2} \\ &= \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \left\{ -2 \pm \sqrt{2} \right\}}$$

Exercice 3.15 Résoudre les équations suivantes.

a) $(x + 1)(x - 3) = 2(23 - x)$

$$x^2 - 3x + x - 3 = 46 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 = 46 - 2x$$

$$x^2 - 3 = 46$$

$$x^2 = 49$$

$$x = \pm 7$$

ou

$$x^2 - 49 = 0$$

$$(x+7)(x-7) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ -7 & 7 \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{\pm 7\}$$

b) $(x - 2)^2 - 2x(x - 3) = 3x - 26$

$$x^2 - 4x + 4 - 2x^2 + 6x = 3x - 26$$

$$-x^2 + 2x + 4 = 3x - 26$$

$$-x^2 - x + 30 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^2 + x - 30 = 0$$

$$(x+6)(x-5) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ -6 & 5 \end{array}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{-6; 5\}}$$

$$c) x^2 + (x+2)^2 = (2x+1)^2 - x(x+2)$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 4x^2 + 4x + 1 - x^2 - 2x$$

$$2x^2 + 4x + 4 = 3x^2 + 2x + 1$$

$$-x^2 + 2x + 3 = 0 \quad | \cdot (-1) \quad \text{ou avec formule}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 3 & -1 \end{array}$$

$$a = -1 \quad b = 2 \quad c = 3$$

$$\Delta = 4 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 4 + 12 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{-2} = \begin{cases} \frac{2}{-2} = -1 \\ \frac{-6}{-2} = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{-1; 3\}}$$

$$d) \frac{5-8x}{2} - \frac{8x^2+5}{6} = \frac{1-12x^2}{3} \quad | \cdot 6$$

$$3(5-8x) - (8x^2+5) = 2(1-12x^2)$$

$$15 - 24x - 8x^2 - 5 = 2 - 24x^2$$

$$16x^2 - 24x + 8 = 0 \quad | \div 8$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$a = 2 \quad b = -3 \quad c = 1$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{4} = \begin{cases} \frac{4}{4} = 1 \\ \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{\frac{1}{2}; 1\}}$$

Exercice 3.16 Résoudre les équations suivantes.

$$a) \frac{1-8x}{2} - \frac{x^2-7}{4} + \frac{2x}{1} = 0 \quad (| \cdot 4) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2(1-8x)}{4} - \frac{x^2-7}{4} + \frac{2x \cdot 4}{4} = 0$$

$$2(1-8x) - (x^2-7) + 8x = 0$$

$$2 - 16x - x^2 + 7 + 8x = 0$$

$$-x^2 - 8x + 9 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^2 + 8x - 9 = 0$$

$$(x+9)(x-1) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ -9 & 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{-9; 1\}}$$

$$\begin{array}{l} \text{ou} \\ a=1 \quad b=8 \quad c=-9 \\ \Delta = \dots = 100 \\ x_{1,2} = \frac{-8 \pm 10}{2} = \begin{array}{l} -9 \\ 1 \end{array} \end{array}$$

$$b) \frac{x^2-3}{2} - \frac{x^2+1}{3} = \frac{x^2-11}{6} \quad | \cdot 6$$

$$3(x^2-3) - 2(x^2+1) = x^2-11$$

$$3x^2-9 - 2x^2-2 = x^2-11$$

$$x^2-11 = x^2-11$$

$$0 = \checkmark 0$$

tjs vrai

$$\Rightarrow S = \mathbb{R}$$

$$c) \frac{3x+1}{8} - \frac{x^2+5}{4} = \frac{55}{2} \quad | \cdot 8$$

$$3x+1 - 2(x^2+5) = 220$$

$$3x+1 - 2x^2 - 10 = 220$$

$$-2x^2 + 3x - 9 = 220$$

$$-2x^2 + 3x - 229 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$2x^2 - 3x + 229 = 0$$

$$a=2 \quad b=-3 \quad c=229$$

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 229 = -1823 < 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{S = \emptyset}$$

$$d) \frac{x^2-10}{9} - \frac{3(4-x)}{4} = \frac{2(x-3)}{3} \quad | \cdot 36$$

$$4(x^2-10) - 27(4-x) = 24(x-3)$$

$$4x^2 - 40 - 108 + 27x = 24x - 72$$

$$4x^2 + 27x - 148 = 24x - 72$$

$$4x^2 + 3x - 76 = 0$$

$$a=4 \quad b=3 \quad c=-76$$

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 4 \cdot (-76) = 1225 = 35^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 35}{8} = \begin{cases} \frac{32}{8} = 4 \\ -\frac{38}{8} = -\frac{19}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{S = \left\{ -\frac{19}{4}; 4 \right\}}$$

Exercice 3.17

La différence entre le carré d'un nombre et le nombre lui-même vaut 182.

Quel est ce nombre ?

Soit x le nombre

$$x^2 - x = 182$$

$$x^2 - x - 182 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-182) = 729 = 27^2$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 27}{2} = \begin{cases} \frac{28}{2} = 14 \\ -\frac{26}{2} = -13 \end{cases}$$

$$\text{Vérif : } 14^2 - 14 = 196 - 14 = 182 \quad \checkmark$$

$$13^2 - (-13) = 169 + 13 = 182 \quad \checkmark$$

Il y a deux nombres 14 ou -13

Exercice 3.18

La somme des carrés de trois nombres entiers pairs consécutifs est égale à 776.

Quels sont ces trois nombres ?

Soit x un nombre

$x+2$ le 2^e nombre

$x+4$ le 3^e nombre

$$x^2 + (x+2)^2 + (x+4)^2 = 776$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 + x^2 + 8x + 16 = 776$$

$$3x^2 + 12x + 20 = 776$$

$$3x^2 + 12x - 756 = 0 \quad | :3$$

$$x^2 + 4x - 252 = 0$$

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-252) = 1024 = 32^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 32}{2} = \begin{cases} \frac{28}{2} = 14 \\ -\frac{36}{2} = -18 \end{cases}$$

les 3 nombres sont 14, 16 et 18 ou -18, -16, -14

Exercice 3.19

La somme des carrés de trois entiers naturels impairs consécutifs est égale à 1883.

Déterminer de manière algébrique ces trois nombres.

Soit x un nombre

$x+2$ le 2^e nombre

$x+4$ le 3^e nombre

$$x^2 + (x+2)^2 + (x+4)^2 = 1883$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 + x^2 + 8x + 16 = 1883$$

$$3x^2 + 12x + 20 = 1883$$

$$3x^2 + 12x - 1863 = 0$$

$$x^2 + 4x - 621 = 0$$

$$\Delta = 16 - 4 \cdot 1 \cdot (-621) = 2500 = 50^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 50}{2} = \begin{cases} \frac{46}{2} = 23 \\ \frac{-54}{2} = -27 \end{cases}$$

impossible car -27 n'est pas un nombre naturel ($-27 \notin \mathbb{N}$)

les 3 nombres sont 23, 25 et 27

Exercice 3.20

La somme des carrés de trois multiples de 4 consécutifs est égale à 3920.

Quels sont ces trois nombres ?

Soit x un nombre

$x+4$ le 2^e nombre

$x+8$ le 3^e nombre

$$x^2 + (x+4)^2 + (x+8)^2 = 3920$$

$$x^2 + x^2 + 8x + 16 + x^2 + 16x + 64 = 3920$$

$$3x^2 + 24x - 3840 = 0 \quad | :3$$

$$x^2 + 8x - 1280 = 0$$

$$\Delta = 64 - 4 \cdot 1 \cdot (-1280) = 5184 = 72^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 72}{2} = \begin{cases} \frac{-80}{2} = -40 \\ \frac{64}{2} = 32 \end{cases}$$

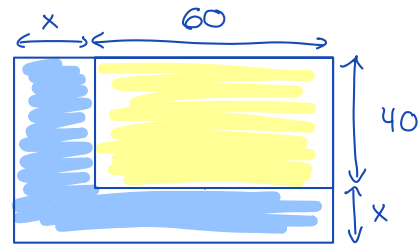
les 3 nombres sont -40, -36 et -32 ou 32, 36 et 40

Exercice 3.21

Le propriétaire d'une usine de forme rectangulaire souhaite **doubler la superficie** de son usine en augmentant sa largeur et sa longueur du même nombre de mètres.

Déterminer l'augmentation des deux dimensions sachant que l'**usine mesure actuellement 40 mètres par 60 mètres**.

Soit x l'augmentation des dimensions



Aire actuelle : $60 \cdot 40 = 2400 \text{ m}^2$

Aire future : $(x+60)(x+40) = 2 \cdot 2400$

$$x^2 + 40x + 60x + 2400 = 4800$$

$$x^2 + 100x - 2400$$

$$\Delta = 100^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2400) = 19600 = 140^2$$

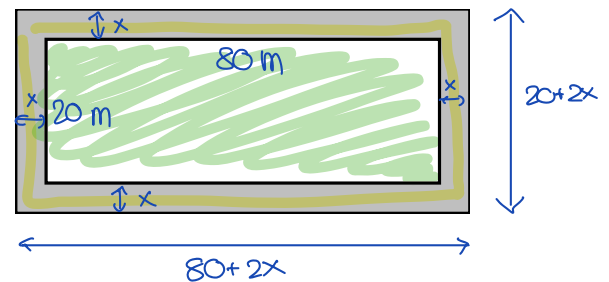
$$x_{1,2} = \frac{-100 \pm 140}{2} = \begin{cases} \frac{40}{2} = 20 \quad \checkmark \\ -\frac{240}{2} = -120 \quad \text{impossible car négatif} \end{cases}$$

l'augmentation est de 20m.

Exercice 3.22

Une **parcelle rectangulaire** qui mesure 20 m sur 80 m est complètement entourée d'une bande de terre de largeur constante (voir ci-contre, la bande de terre est grisée).

Sachant que l'**aire de la bande de terre vaut 636 m²**, calculer la largeur de la bande de terre.



Soit x la largeur de la bande en m.

Aire de la parcelle : $20 \cdot 80 = 1600 \text{ m}^2$

$$(20+2x)(80+2x) = 1600 + 636$$

$$1600 + 40x + 160x + 4x^2 = 1600 + 636 \quad | -1600$$

$$4x^2 + 200x = 636$$

$$4x^2 + 200x - 636 = 0 \quad | \div 4$$

$$x^2 + 50x - 159 = 0$$

$$a=1 \quad b=50 \quad c=-159$$

$$\Delta = 50^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-159) = 3136 = 56^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-50 \pm 56}{2} = \begin{cases} \frac{6}{2} = 3 \quad \checkmark \\ -\frac{106}{2} = -53 \quad \leftarrow \text{impossible car négatif.} \end{cases}$$

⇒ la bande a une largeur de 3m.