ex 3.1 à 3.3
p. 62 ...

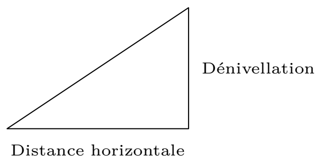
Chapitre 3

Fonctions affines

3.1 Pente

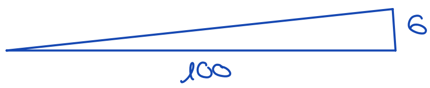
Définition : Pente géométrique

$$\textbf{Pente géométrique} = \frac{\textbf{Dénivellation}}{\textbf{Distance horizontale}}$$

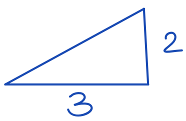


Exemples :

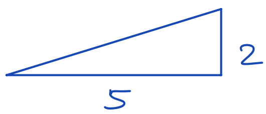
a) Pente de 6 % :



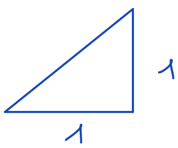
b) Pente de $\frac{2}{3}$:



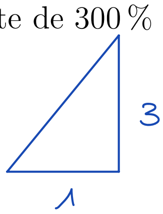
c) Pente de 0,4 : $= \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$



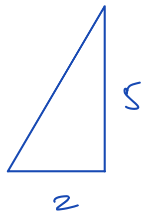
d) Pente de 100 % : $= \frac{100}{100} = \frac{1}{1} = 1$



e) Pente de 300 % : $= \frac{300}{100} = \frac{3}{1} = 3$



f) Pente de 2,5 : $= \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$



(g) Pente de 30° :)

(h) Pente de 150 % ≡ pente de ....° :)

i) Pente d'une droite horizontale : $\frac{0}{1} = 0$

j) Pente d'une droite verticale : ∞

⚠ $\neq \frac{1}{0}$ ⚡
pas de division par 0

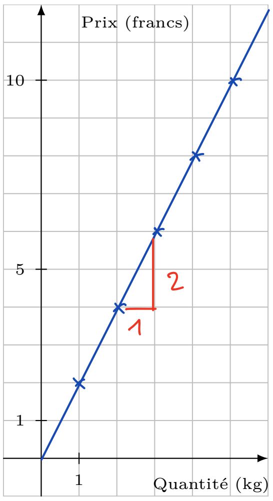
3.2 Fonction linéaire

Exemple : Prix du kg de courge : 2 francs

Compléter le tableau :

Quantité de courge (kg)	0	1	2	3	4	5	⋯	x
Prix (francs)	0	2	4	6	8	10	⋯	$2x$

Représenter cette situation sur le graphique ci-dessous :



Notations :

Équation : $y = 2x$

Fonction : $f(x) = 2x$

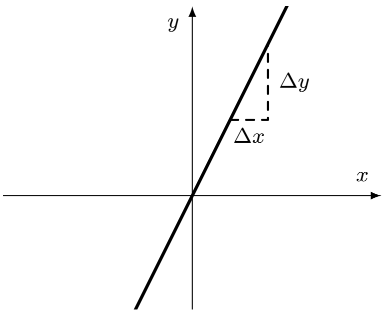
Fonction : $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, $x \mapsto 2x$

Pente de la droite : $m = \frac{2}{1} = 2$

Cas général : fonction linéaire

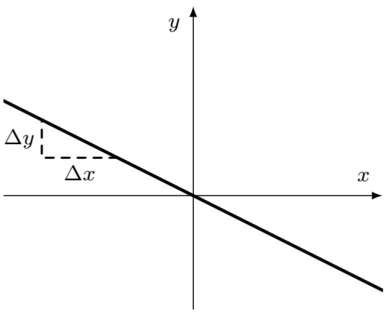
$f(x) = mx \qquad m = \text{pente} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ et $f(0) = 0$.

Le **graphe** d'une fonction linéaire est une **droite passant par l'origine**.



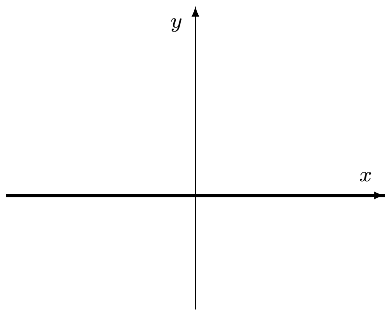
$m > 0$

La droite "monte"



$m < 0$

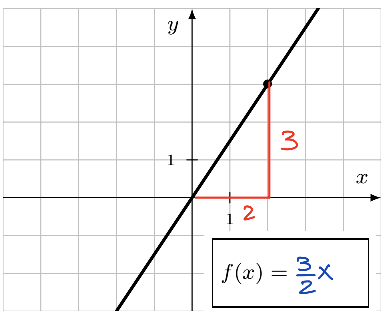
La droite "descend"

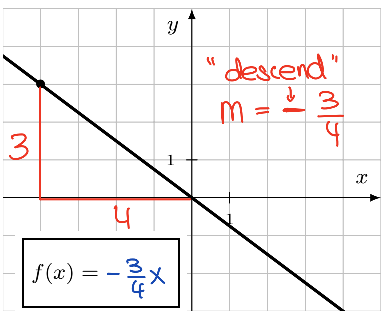


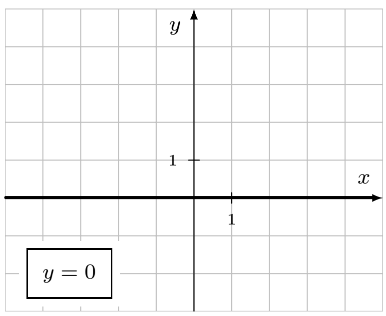
$m = 0$

Droite horizontale $f(x) = 0$

Exemples :







ex 3.5 et 3.6 p.64

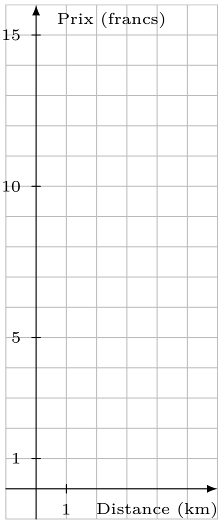
3.3 Fonction affine

Exemple : Le prix d'une course de taxi est composé d'une taxe de base de 5 francs et de 2 francs par kilomètre.

Compléter le tableau :

Distance (km)	0	1	2	3	4	5	$\cdots$	x
Prix (francs)	5	7	9	11	13	15	$\cdots$	$2x+5$

Représenter cette situation sur le graphique ci-dessous :



Notations :

Équation : $y = 2x+5$

Fonction : $f(x) = 2x+5$

Fonction : $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto 2x+5$

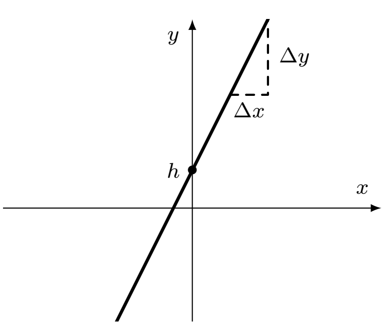
Pente de la droite : $m = \frac{2}{1} = 2$

Ordonnée à l'origine : $f(0) = 5$

Cas général : fonction affine

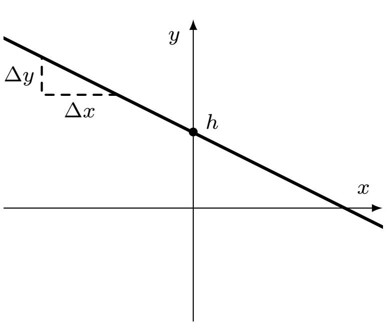
$f(x) = mx + h$ $\quad m = \text{pente} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ et $h = f(0) =$ ordonnée à l'origine.

Le **graphe** d'une fonction affine est une **droite** d'équation $y = mx + h$.



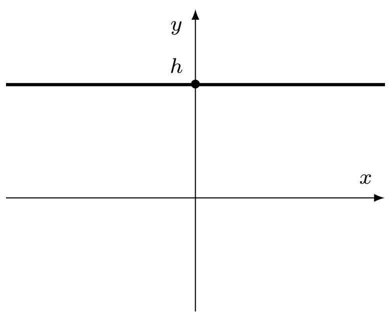
$m > 0$

La droite "monte"



$m < 0$

La droite "descend"

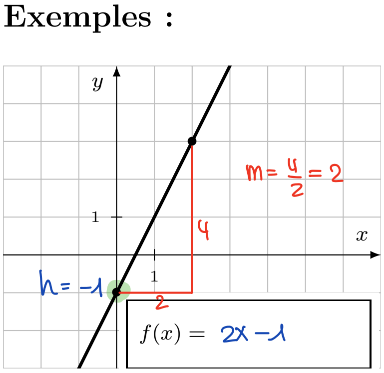


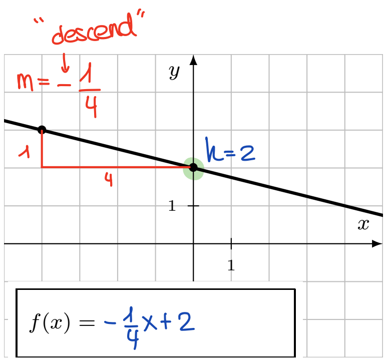
$m = 0$

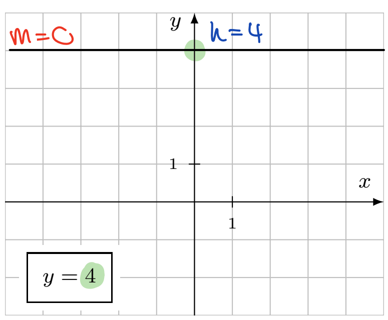
Droite horizontale $f(x) = h$

Fonction **constante**

Exemples :





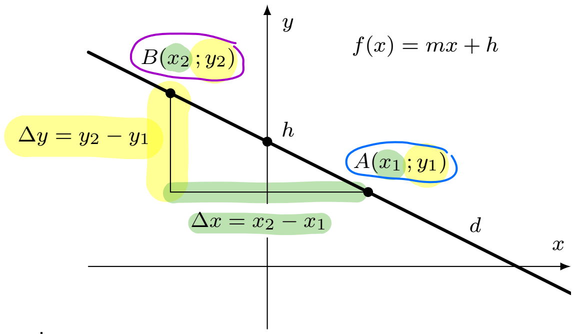


ex 3.7 à 3.14 p.65 ...

3.4 Fonction affine donnée par deux points

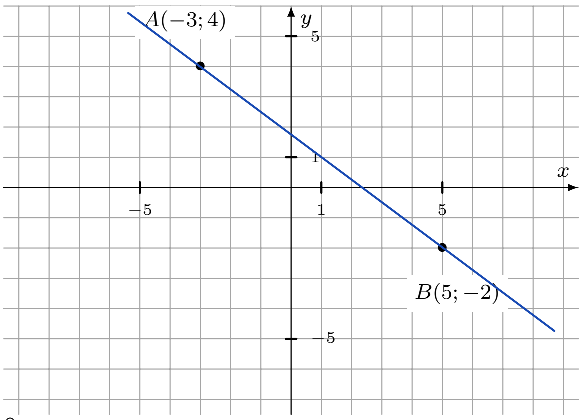
Soit $A(x_1\,;y_1)$ et $B(x_2\,;y_2)$ deux points de la droite d :

$$\boxed{m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

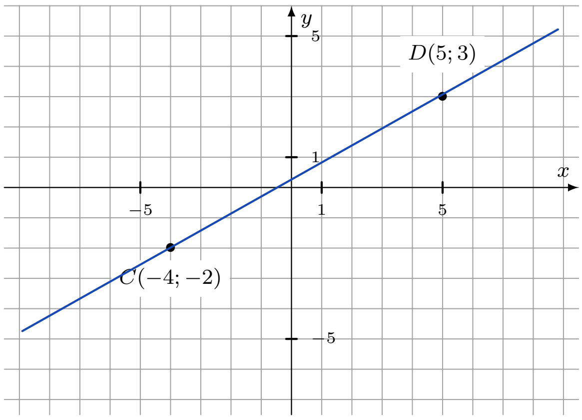


Exemples :

a) $A(-3;4)$ et $B(5;-2)$



b) $C(-4;-2)$ et $D(5;3)$



1°
Calculer la pente :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-4}{5-(-3)} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$$

2°
Poser $y = mx + h$ avec m connu :

$y = -\frac{3}{4}x + h$ ⊛

3°
Trouver h à l'aide un point de la droite :

on remplace dans ⊛

$A(-3;4)$ $\Rightarrow$ $4 = -\frac{3}{4}\cdot(-3) + h$

x y

$4 = \frac{9}{4} + h \quad \left| -\frac{9}{4}\right.$

$4 - \frac{9}{4} = h$

$\frac{16}{4} - \frac{9}{4} = \frac{7}{4} = h$

4°
Écrire la solution sous forme d'équation ou de fonction $y = mx + h$ ou $f(x) = mx + h$:

$y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$

ou

$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$

1) $m = \frac{3-(-2)}{5-(-4)} = \frac{5}{9}$

2) $y = \frac{5}{9}x + h$

3) $D(5;3)$ $\Rightarrow$ $3 = \frac{5}{9}\cdot 5 + h$

x y

$3 = \frac{25}{9} + h$

$3 - \frac{25}{9} = h$

$h = \frac{27}{9} - \frac{25}{9} = \frac{2}{9}$

4) $y = \frac{5}{9}x + \frac{2}{9}$

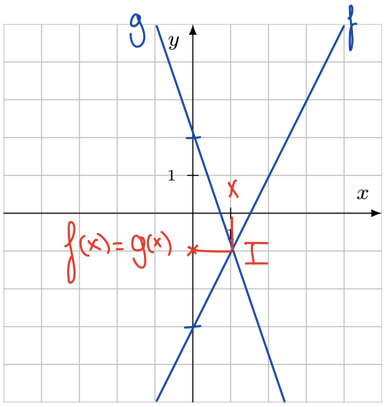
ou

$f(x) = \frac{5}{9}x + \frac{2}{9}$

ex 3.15 / 16 / 18 —▷ 22

3.5 Position relative de deux droites

$f(x) = 2x - 3$ et $g(x) = -3x + 2$



Les deux droites sont

sécantes

Résoudre $f(x) = g(x)$

$$2x - 3 = -3x + 2$$
$$5x = 5$$
$$x = 1$$

$\Rightarrow \quad S = \{1\}$

Point(s) d'intersection :

$f(1) = 2 \cdot 1 - 3 = -1$

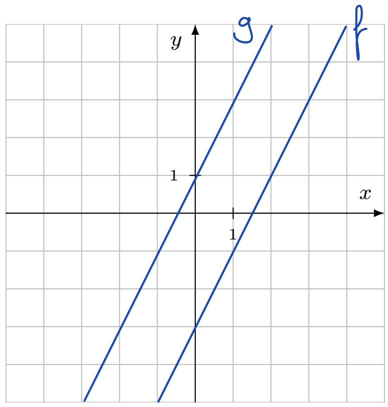
ou

$g(1) = -3 \cdot 1 + 2 = -1$

$\Rightarrow \quad I(1\,;-1)$

x $\quad$ $f(x) = g(x)$

$f(x) = 2x - 3$ et $g(x) = 2x + 1$



Les deux droites sont

parallèles (même pente)

Résoudre $f(x) = g(x)$

$$2x - 3 = 2x + 1$$
$$-3 = 1 \quad ↯$$

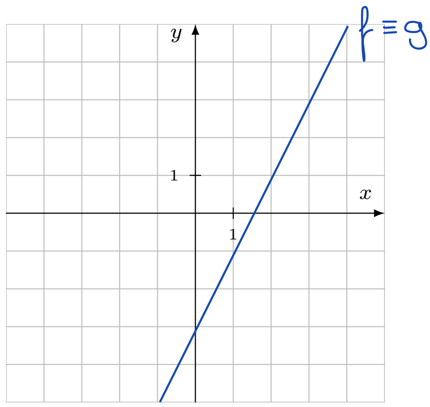
faux

$\Rightarrow \quad S = \emptyset$

Point(s) d'intersection :

Aucun

$f(x) = 2x - 3$ et $g(x) = 2(x - 1{,}5) = 2x - 3$



Les deux droites sont

confondues (même pente et même ord. à l'O.)

Résoudre $f(x) = g(x)$

$$2x - 3 = 2x - 3$$
$$0 = 0 \quad ✓$$

toujours vrai

$\Rightarrow \quad S = \mathbb{R}$

Point(s) d'intersection :

Il y en a une infinité, ce sont tous les points de la droite $y = 2x - 3$

$P(x\,; \underset{g(x)}{\underset{\shortparallel}{f(x)}}) = P(x\,; 2x - 3)$

ex 3.23 → 3.26