Etude de fcts ex suppl.

$f(x) = \dfrac{x^3}{x^2-3}$ zéro : 0 (3)

v.i. : $\pm\sqrt{3}$ car $x^2-3 = (x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

1. $ED(f) = \mathbb{R} - \{\pm\sqrt{3}\}$

2. signe :

x		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
$f(x)$	$-$	$\|$	$+$	0 (3)	$-$	$\|$	$+$

3. AV : $\lim\limits_{x \to +\sqrt{3}} f(x) = \text{"}\dfrac{(\sqrt{3})^3}{0}\text{"} = \infty \Rightarrow x = \sqrt{3}$ est une AV

$\lim\limits_{x \to -\sqrt{3}} f(x) = \text{"}\dfrac{(-\sqrt{3})^3}{0}\text{"} = \infty \Rightarrow x = -\sqrt{3}$ " "

AH/AO : AO car $\deg(N) = \deg(D)+1$: $3 = 2+1$

$$\begin{array}{r|l} x^3 & x^2-3 \\ \cline{2-2} -x^3+3x & x \\ \cline{1-1} 3x & \end{array}$$

$\Rightarrow f(x) = x + \dfrac{3x}{x^2-3} \Rightarrow y = x$ est l'AO

zéro : 0, f coupe l'AO en $(0;0)$

3. croissance : $f'(x) = \dfrac{3x^2(x^2-3) - x^3 \cdot 2x}{(x^2-3)^2} = \dfrac{x^2(3(x^2-3) - 2x^2)}{(x^2-3)^2}$

$= \dfrac{x^2(x^2-9)}{(x^2-3)^2} = \dfrac{x^2(x+3)(x-3)}{(x^2-3)^2}$

zéros : ± 3 et $0(2)$

v.i. : $\pm\sqrt{3}$ (2)

x		-3		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		3	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\|$ (2)	$-$	0 (2)	$-$	$\|$ (2)	$-$	0	$+$
f	$\nearrow$	Max	$\searrow$	$\|$	$\searrow$	palier	$\searrow$	$\|$	$\searrow$	min	$\nearrow$

$\text{Max}(-3; f(-3)) = \left(-3; -\frac{9}{2}\right)$

$\text{palier}(0;0)$

$\text{min}(3; f(3)) = \left(3; \frac{9}{2}\right)$

5. graphe :