Compléter l'étude de signe et l'étude de croissance, calculer les coordonnées de l'ordonnée à l'origine, des extrema et/ou palier et établir le graphique des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \dfrac{x+3}{x-2}$

1) $ED(f) = \mathbb{R} - \{2\}$

2) signe de f :

x		-3		2	
f	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$

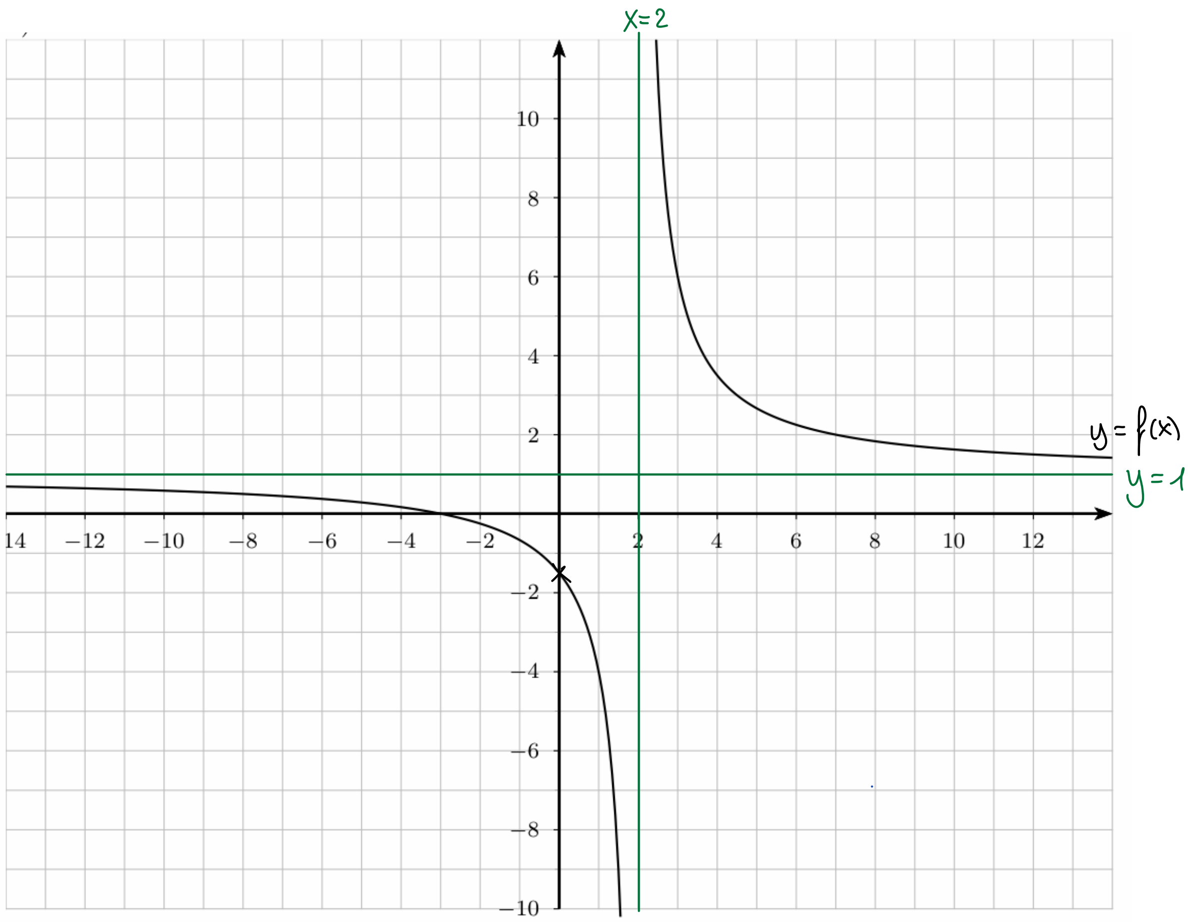
3) asymptotes : AV en $x = 2$ et AH en $y = 1$

4) croissance de f : $f'(x) = \dfrac{-5}{(x-2)^2}$

x		2	
f'	$-$	$\|\|$	$-$
f	$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$

(2)

OàO : $-\frac{3}{2}$



b) $f(x) = \dfrac{(x-5)^2}{2x}$

1) $ED(f) = \mathbb{R}^*$

2) signe de f :

x		0		5	
f	$-$	$\Vert$	$+$	0 (2)	$+$

3) asymptotes : AV en $x = 0$ et AO en $y = \dfrac{1}{2}x - 5$

4) croissance de f :

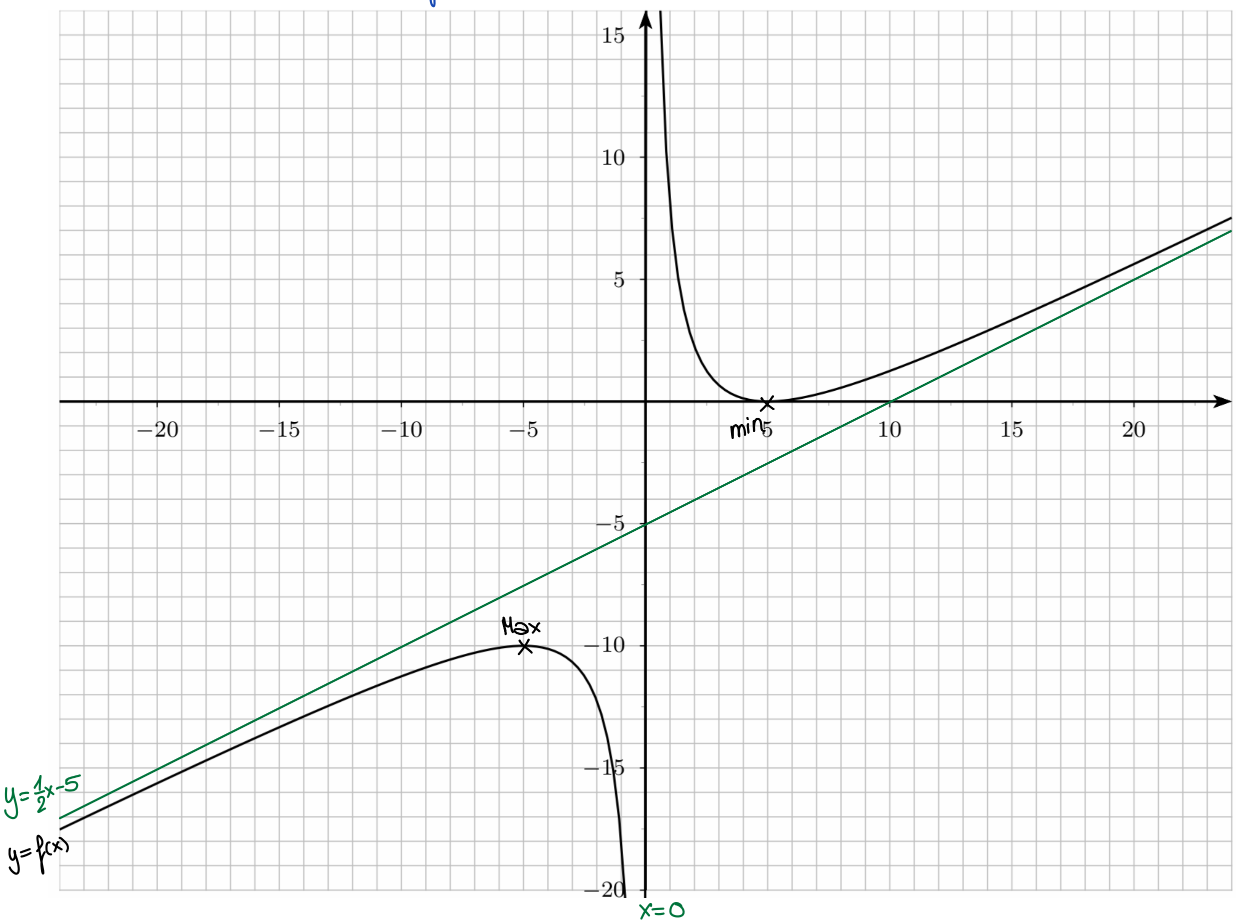
$f'(x) = \dfrac{(x-5)(x+5)}{2x^2}$

x		-5		0		5	
f'	$+$	0	$-$	$\Vert$ (2)	$-$	0	$+$
f	$\nearrow$	Max	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	min	$\nearrow$

$f(-5) = \dfrac{(-5-5)^2}{2\cdot(-5)} = \dfrac{100}{-10} = -10 \Rightarrow$ Max$(-5;-10)$

$f(5) = 0 \Rightarrow$ min$(5;0)$

0 à 0 : non ∈ $ED(f)$



c) $f(x) = \dfrac{x^2}{(x-3)^2(x+4)}$

1) $ED(f) = \mathbb{R} - \{-4; 3\}$

2) signe de f :

x		-4		0		3	
f	$-$	$\parallel$	$+$	0 (2)	$+$	$\parallel$ (2)	$+$

3) asymptotes : AV en $x = -4$ et en $x = 3$ et AH en $y = 0$

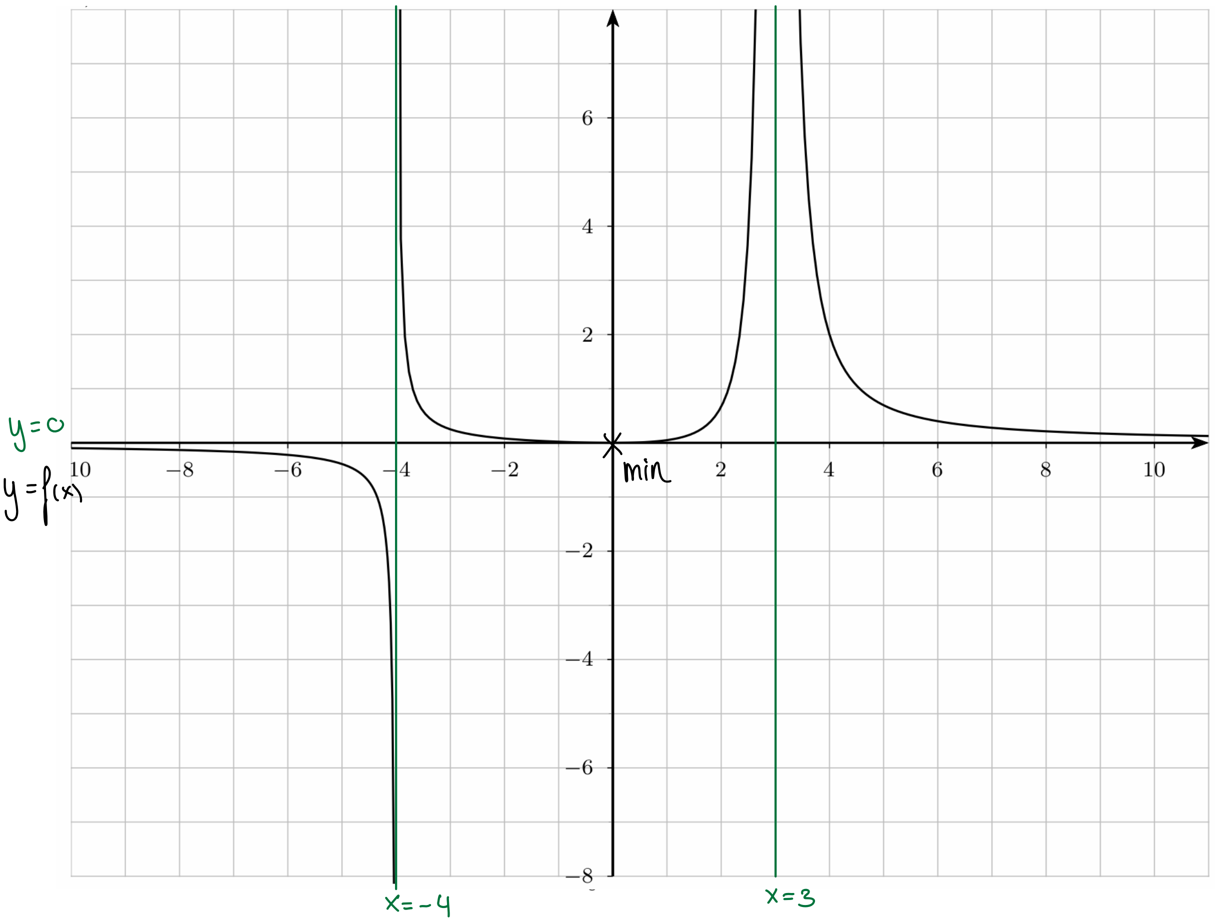
4) croissance de f :

$$f'(x) = \frac{-x(\underbrace{x^2+3x+24}_{\Delta = 9-4\cdot 24<0})}{(x-3)^3(x+4)^2}$$

x		-4		0		3	
f'	$-$	$\parallel$	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$
f	$\searrow$	$\parallel$ (2)	$\searrow$	min	$\nearrow$	$\parallel$	$\searrow$

$f(0) = 0 \Rightarrow \min(0;0)$

oà0.: 0



d) $f(x) = \dfrac{x^3 - 8}{x + 1}$

1) $ED(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$

2) signe de f :

x		-1		2	
f	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$

3) asymptotes : AV en $x = -1$

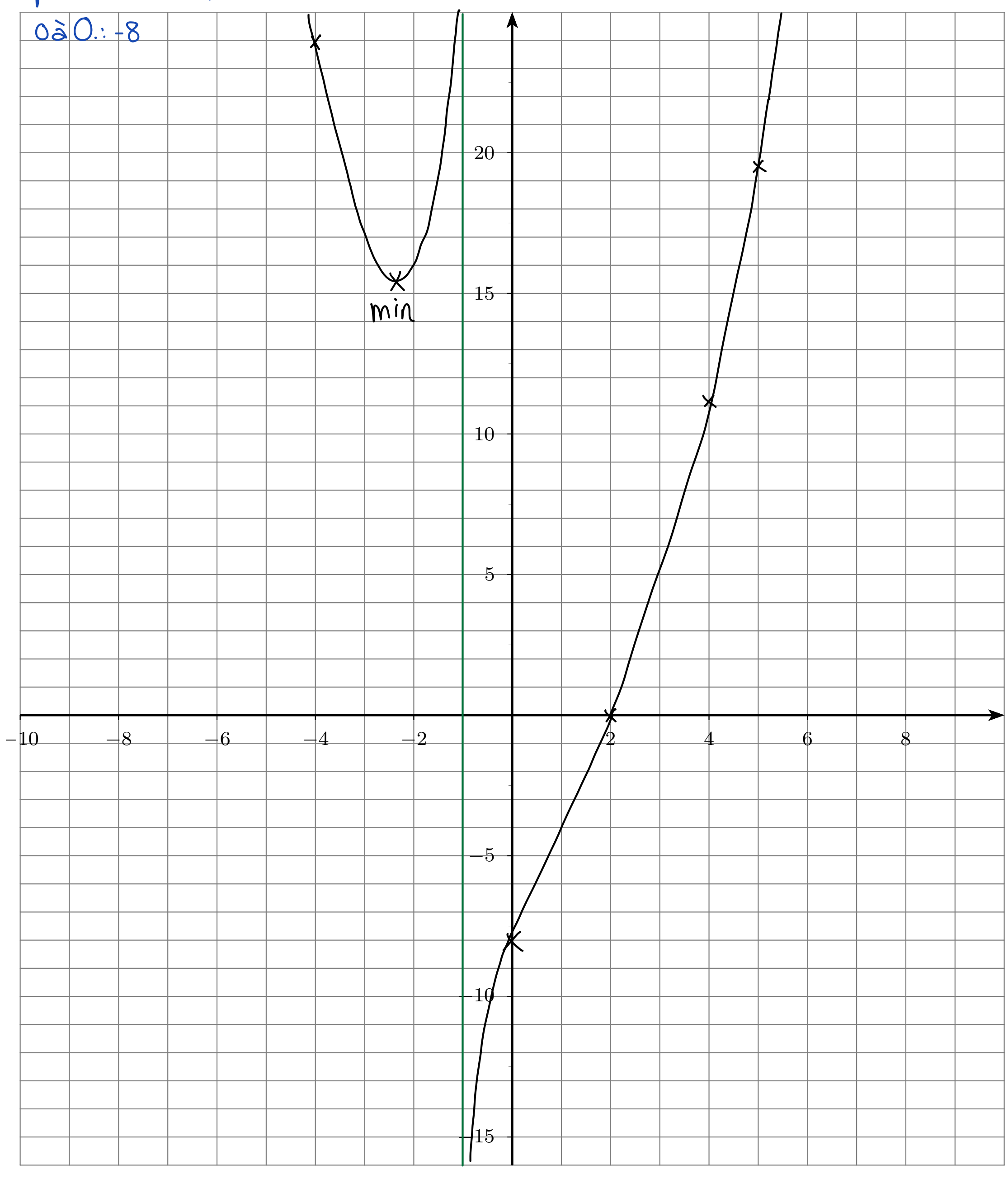
4) croissance de f :

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 3x^2 + 8}{(x+1)^2}$$

x		$\sim -2,27$		-1	
f'	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$
f	$\searrow$	min	$\nearrow$	$\|\|$ (2)	$\nearrow$

$f(-2,27) = \dfrac{(-2,27)^3 - 8}{-2,27 + 1} \cong 15,51 \Rightarrow \sim \min(-2,3 ; 15,5)$

O à O.: -8



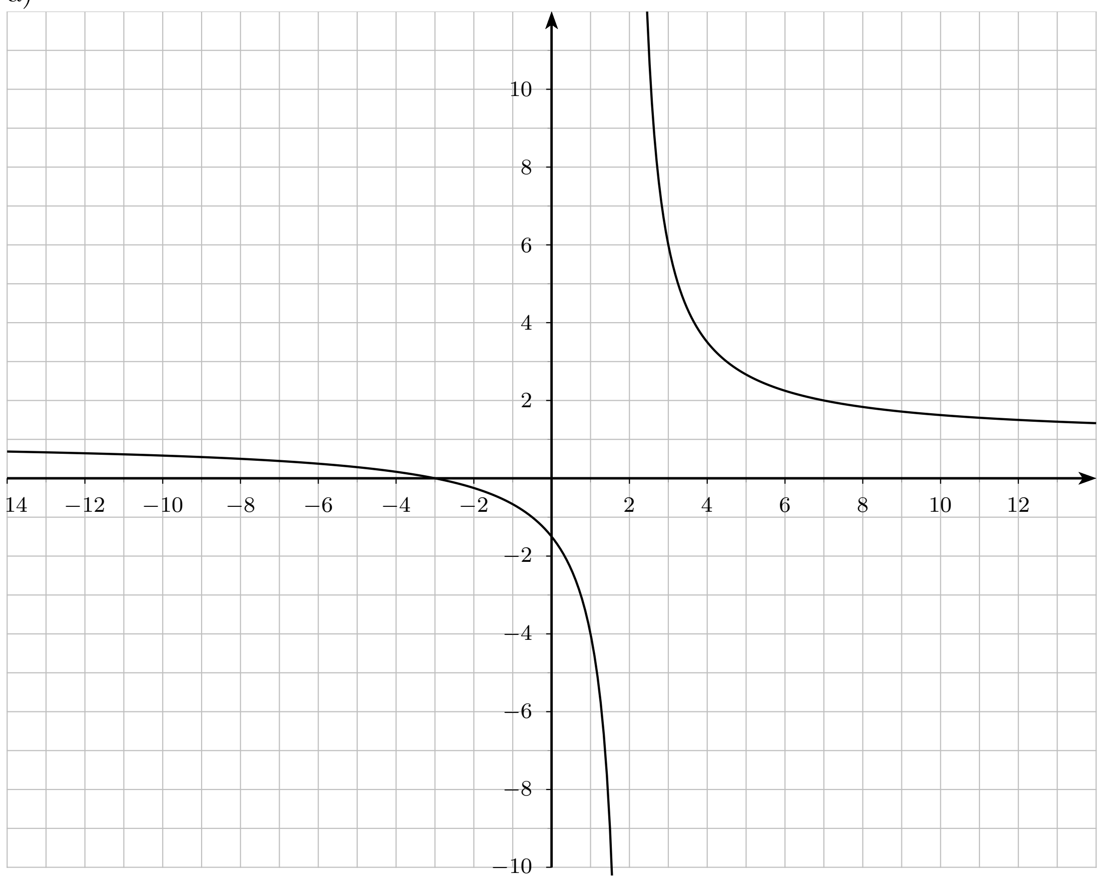
pts. suppl. : $f(-4) = 24$

$f(4) = 11,2$

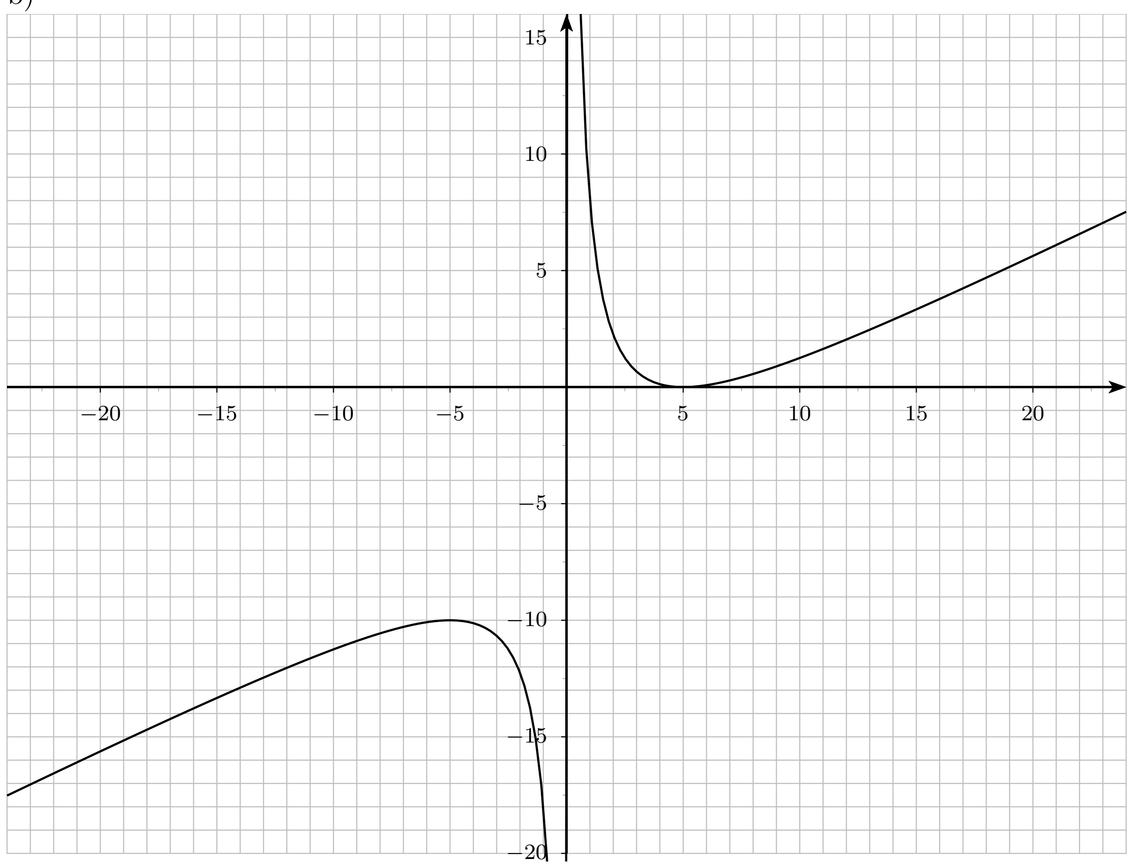
$f(5) = 19,5$

Solutions

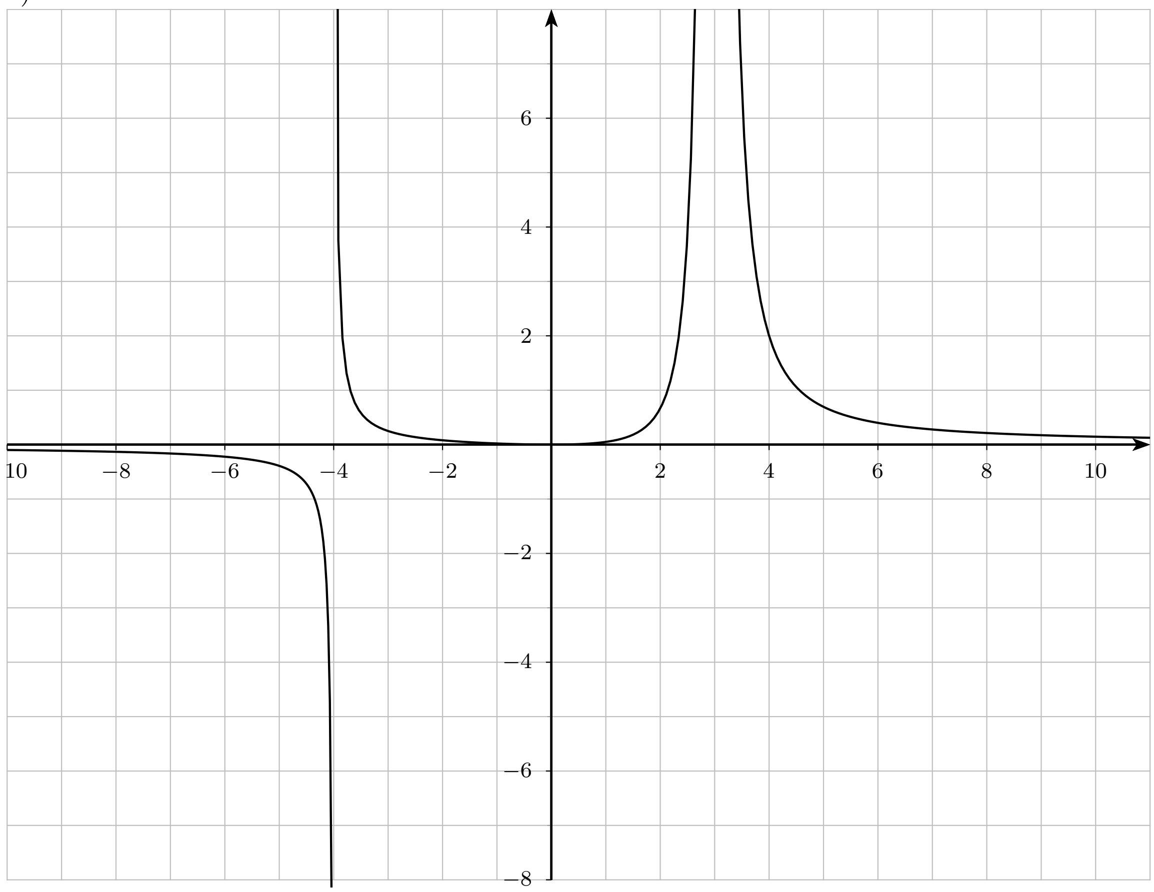
a)



b)



c)



d)