

1.3 Exercices

Exercice 1.1

- a) Exprimer l'angle en degrés sous forme décimale en arrondissant au dix-millième de degré près :

DMS → DD

$$1) 37^{\circ}41' = 37^{\circ} + \frac{41}{60} \cong \underline{37,6833^{\circ}}$$

$$2) 115^{\circ}26'27'' = 115 + \frac{26}{60} + \frac{27}{3600}$$

$$\cong \underline{115,4408^{\circ}}$$

- b) Exprimer l'angle en degrés, minutes et secondes, en arrondissant à la seconde près :

DD → DMS

$$1) 63,169^{\circ} \cong \underline{63^{\circ}10'8''}$$

$$2) 310,6215^{\circ} = \underline{310^{\circ}37'17''}$$

$$0,169 \cdot 60 = 10,14'$$

$$0,14 \cdot 60 = 8,4''$$

$$0,6215 \cdot 60 = 37,29'$$

$$0,29 \cdot 60 = 17,4''$$

Exercice 1.2 Donner la réponse en DMS

$$a) 45^{\circ}36'9'' + 37^{\circ}48'55'' = \begin{matrix} 82^{\circ} & 84' & 64'' \\ & \uparrow & \uparrow \\ & 1^{\circ}+24' & 1'+4'' \end{matrix} = \underline{83^{\circ}25'4''}$$

$$b) 12^{\circ}34'56'' - \underbrace{12,3456^{\circ}}_{\text{DMS}} = 12^{\circ}34'56'' - 12^{\circ}20'44,16'' = \underline{14'11,84''}$$

$$0,3456 \cdot 60 = 20,736'$$

$$0,736 \cdot 60 = 44,16''$$

Exercice 1.3 Convertir en radians

$$\frac{180^{\circ}}{\pi} \mid \frac{d}{x} \Rightarrow x = d \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$a) 245,7^{\circ} = 245,7 \cdot \frac{\pi}{180} \cong \underline{4,2883 \text{ rad}}$$

$$b) 1^{\circ} = 1 \cdot \frac{\pi}{180} \cong \underline{0,0175 \text{ rad}}$$

$$c) 23^{\circ}12'36'' = 23 + \frac{12}{60} + \frac{36}{3600} = 23,21^{\circ} = 23,21 \cdot \frac{\pi}{180} \cong \underline{0,4051 \text{ rad}}$$

$$d) 60^{\circ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3} \text{ rad} \cong \underline{1,0472 \text{ rad}}$$

$$e) 45^{\circ} = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \cong 0,7854 \text{ rad}$$

$$f) 135^{\circ} = \frac{3\pi}{4} \text{ rad} \cong 2,3562 \text{ rad}$$

$$\text{ou } = \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{3\pi}{4}$$

Exercice 1.4 Convertir en degrés

$$\frac{180^\circ}{\pi} \mid \begin{array}{c} x \\ r \\ (\text{rad}) \end{array} \Rightarrow x = r \cdot \frac{180}{\pi}$$

a) $3,4 \text{ rad} = 3,4 \cdot \frac{180}{\pi} \approx \underline{194,8^\circ}$

b) $1 \text{ rad} = 1 \cdot \frac{180}{\pi} \approx \underline{57,3^\circ}$

c) $\frac{2\pi}{3} \text{ rad} = \frac{2 \cdot 180^\circ}{3} = \underline{120^\circ}$

d) $\frac{11\pi}{6} \text{ rad} = \frac{11 \cdot 180^\circ}{6} = \underline{330^\circ}$

Exercice 1.5

a) Calculer la longueur d'un arc de 3,5 rad sur un cercle de rayon 3 m :

$$l = 3,5 \cdot 3 = \underline{10,5 \text{ m}}$$

b) Calculer la longueur d'un arc de 120° sur un cercle de rayon 5 km :

$$l = \frac{120}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 \approx \underline{10,472 \text{ km}}$$

c) Calculer l'angle (en degrés et en radians) d'un arc de longueur 20 cm sur un cercle de rayon 4 cm :

$$\alpha = \frac{20}{4} = \underline{5 \text{ rad}} \approx \frac{180}{\pi} \underline{286,48^\circ}$$

d) Calculer le rayon d'un cercle dont un arc de $\frac{5\pi}{6}$ rad mesure 78,54 cm :

$$r = \frac{78,54}{\frac{5\pi}{6}} = \frac{78,54 \cdot 6}{5\pi} \approx \underline{30 \text{ cm}}$$

e) Calculer l'aire d'un secteur circulaire d'angle 150° de rayon 10 cm :

$$S = \frac{150}{360} \cdot \pi \cdot 10^2 \approx \underline{130,9 \text{ cm}^2}$$

f) Calculer la longueur d'un secteur circulaire d'angle 3 rad et dont l'aire mesure $13,5 \text{ m}^2$:

$$13,5 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot r^2 \quad | \cdot 2 \div 3 \quad \Rightarrow r = 3 \text{ m} \quad \Rightarrow l = 3 \cdot 3 = \underline{9 \text{ m}}$$

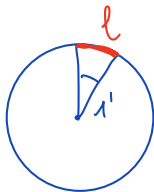
$$9 = r^2$$

$$\begin{array}{l} \text{en rad.} \\ \alpha = \frac{l}{r} \\ l = \alpha r \\ r = \frac{l}{\alpha} \end{array}$$

Exercice 1.6 Le mille marin ou mille nautique

Le **mille marin** ou **mille nautique** est la longueur d'un arc de méridien terrestre dont les extrémités diffèrent d'une minute de latitude. Par convention, en navigation, cette mesure est arrondie à 1'852 m.

Calculer la valeur d'un mille marin, en prenant 6'370 km comme rayon de la Terre :



$$\alpha' = \frac{1}{60}^\circ$$

$$l = \frac{\frac{1}{60}}{360} \cdot 2\pi \cdot 6370 \cong 1,853 \text{ km} \cong \underline{\underline{1853 \text{ m}}}$$

Exercice 1.7

Bulle et Porrentruy se trouvent sur le même méridien terrestre.

Leurs latitudes respectives sont $46^\circ 37'$ N et $47^\circ 25'$ N.

Calculer la distance "à vol d'oiseau" entre ces deux villes (rayon de la Terre $\simeq 6'370$ km) :

$$\alpha = 47^\circ 25' - 46^\circ 37' = 48' = \frac{0,8}{60}^\circ$$

$$l = \frac{0,8}{360} \cdot 2\pi \cdot 6370 \cong \underline{\underline{88,942 \text{ km}}}$$

Exercice 1.8

Sion et Delémont se trouvent sur le même méridien terrestre.

Leur distance "à vol d'oiseau" est de 123 km (rayon de la Terre $\simeq 6'370$ km).

Sachant que la latitude de Sion est de $46^\circ 14'$ N, calculer la latitude de Delémont :

$$l = 123 \quad \Rightarrow \quad 123 = \frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi \cdot 6370$$

$$123 \cdot 360 = \alpha \cdot 2\pi \cdot 6370$$

$$\alpha = \frac{123 \cdot 360}{2\pi \cdot 6370} \cong 1,1063^\circ \cong 1^\circ 6' 22'' \cong 1^\circ 6'$$

$$\Rightarrow 46^\circ 14' + 1^\circ 6' = \underline{\underline{47^\circ 20' \text{ N}}}$$

Exercice 1.9

Dunkerque et Barcelone se trouvent sur le même méridien terrestre. Leurs latitudes respectives sont $49^{\circ} 45' N$ et $40^{\circ} 15' N$.

Calculer la distance "à vol d'oiseau" entre ces deux villes (rayon de la Terre $\simeq 6'370$ km) :

Note : la mesure de la distance entre Dunkerque et Barcelone s'est faite par triangulation entre 1792 et 1798. Elle a servi de base à la première définition du mètre comme la dix millionième partie du quart de méridien terrestre.

$$\alpha = 49^{\circ} 45' - 40^{\circ} 15' = 49,75^{\circ} - 40,25^{\circ} = 9,5^{\circ}$$

$$l = \frac{9,5}{360} \cdot 2\pi \cdot 6370 \simeq \underline{\underline{1056,19 \text{ km}}}$$

Exercice 1.10

Deux points A et B de la surface terrestre sont situés sur le même méridien et distants de 800 km. Lorsque le Soleil est à la verticale de A , les rayons du Soleil forment avec la verticale en B un angle de $7,2^{\circ}$.

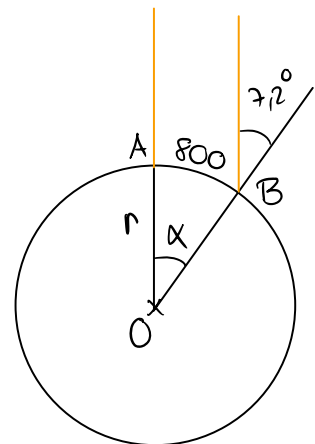
En déduire le rayon terrestre :

Note : cette méthode a été imaginée par Eratosthène (284-195 av. J.-C.) après avoir appris que, un certain jour de l'année à midi, le Soleil se réfléchit verticalement dans un puits profond près de Syène (aujourd'hui Assouan) qui correspondait au point A . Le point B était Alexandrie, située à 800 km au nord de Syène. Pour déterminer l'angle à midi, on mesurait l'ombre d'un pilier vertical.

$$\alpha = 7,2^{\circ} \quad \left(\text{car les rayons du soleil sont parallèles et les angles de sommet B et de sommet O sont correspondants.} \right)$$

$$\text{circonférence : } \frac{360 \cdot 800}{7,2} = \underline{\underline{40'000 \text{ km}}}$$

$$\text{rayon : } r = \frac{40000}{2\pi} \simeq \underline{\underline{6'366,2 \text{ km}}}$$



Exercice 1.11

La terre effectue une rotation complète en 23 h 56' 4".

- a) Calculer l'angle de rotation de la Terre en une heure :

- b) Le rayon équatorial de la Terre est d'environ 6'378 km.
Déterminer la vitesse linéaire (en km/h) d'un point à l'équateur, due à la rotation de la Terre.

Exercice 1.12

Un pneu de voiture mesure 75 cm de diamètre. À quelle vitesse angulaire en tours/minute la roue tourne-t-elle sur son axe si la voiture roule à 72 km/h ?

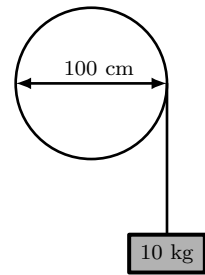
Exercice 1.13

Le cylindre droit qui tourne autour de son axe est un modèle simple du coeur d'une tornade. Si une tornade a un coeur de 60 m de diamètre et que la vitesse maximale du vent à la périphérie du coeur est de 290 km/h, calculer le nombre de tours (arrondi au tour près) que fait le coeur de la tornade chaque minute.

Exercice 1.14

Un grand treuil de 100 cm de diamètre est utilisé pour hisser un chargement.

- a) Trouver sur quelle distance (arrondie au mm près) le chargement est soulevé si le treuil tourne de 105° :

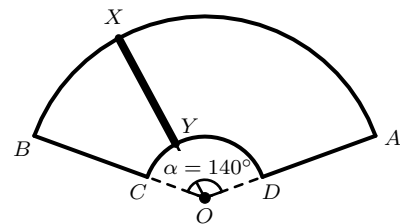


- b) Trouver de quel angle (arrondi au dixième de degré près) il faut tourner le treuil pour soulever la charge de 50 cm :

Exercice 1.15

Un essuie-glace mesure 40 cm de long (de son point de rotation O à son extrémité X) et balaie sur une longueur de 30 cm (entre les points X et Y).

On suppose que l'angle d'oscillation mesure $\alpha = 140^\circ$.



- a) Calculer la longueur (en cm, arrondi au mm près) de l'arc parcouru par l'extrémité X du balai d'essuie-glace durant une oscillation de gauche à droite.

$$l = 2\pi \cdot 40 \cdot \frac{140}{360} \cong \underline{\underline{97,74 \text{ cm}}}$$

- b) Calculer l'aire (en cm^2 , arrondi au mm^2 près) de la surface $ABCD$ balayée par l'essuie-glace XY .

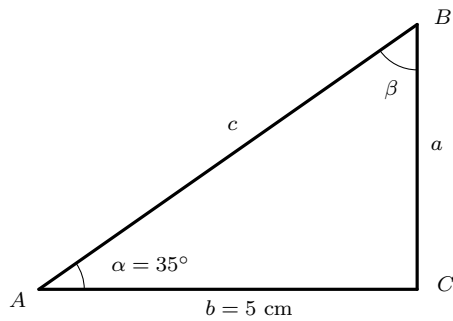
$$S_1 = \pi \cdot 40^2 \cdot \frac{140}{360} \cong 1954,77$$

$$S_2 = \pi \cdot 10^2 \cdot \frac{140}{360} \cong 122,17$$

$$\Rightarrow S = S_1 - S_2 = \underline{\underline{1832,6 \text{ cm}^2}}$$

Exercice 1.16 Résoudre le triangle ABC rectangle en C

a) $AC = 5 \text{ cm}$ $\alpha = 35^\circ$



$$\bullet \text{ } \underline{\underline{S \approx \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3,5 \approx 8,8 \text{ cm}^2}}$$

$$\bullet \text{ } \underline{\underline{\beta = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ}}$$

$$\bullet \text{ } \tan(35^\circ) = \frac{a}{5} \quad | \cdot 5$$

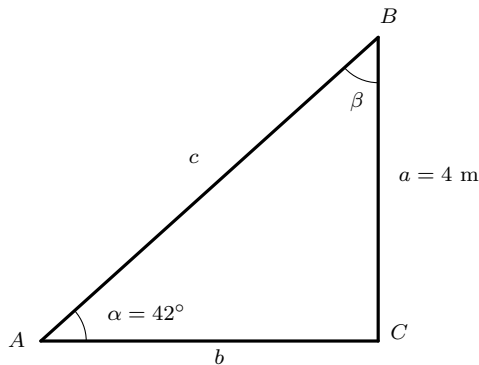
$$5 \cdot \tan(35^\circ) = a \quad \Rightarrow \underline{\underline{a \approx 3,5 \text{ cm}}}$$

$$\bullet \text{ } \cos(35^\circ) = \frac{5}{c} \quad | \cdot c$$

$$c \cdot \cos(35^\circ) = 5 \quad | \div \cos(35^\circ)$$

$$\underline{\underline{c = \frac{5}{\cos(35^\circ)} \approx 6,1 \text{ cm}}}$$

b) $BC = 4 \text{ m}$ $\alpha = 42^\circ$



$$\bullet \text{ } \underline{\underline{S \approx \frac{1}{2} \cdot 4,44 \cdot 4 = 8,88 \text{ m}^2}}$$

$$\bullet \text{ } \underline{\underline{\beta = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ}}$$

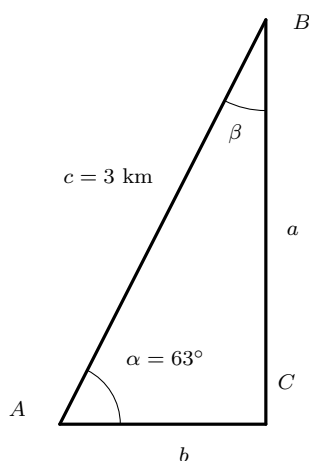
$$\bullet \text{ } \tan(42^\circ) = \frac{4}{b} \quad | \cdot b \text{ puis } \div \tan(42^\circ)$$

$$\underline{\underline{b = \frac{4}{\tan(42^\circ)} \approx 4,44 \text{ m}}}$$

$$\bullet \text{ } \sin(42^\circ) = \frac{4}{c}$$

$$\underline{\underline{c = \frac{4}{\sin(42^\circ)} \approx 5,98 \text{ m}}}$$

c) $AB = 3 \text{ km}$ $\alpha = 63^\circ$



$$\bullet \text{ } \underline{\underline{\beta = 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ}}$$

$$\bullet \text{ } \sin(63^\circ) = \frac{a}{3}$$

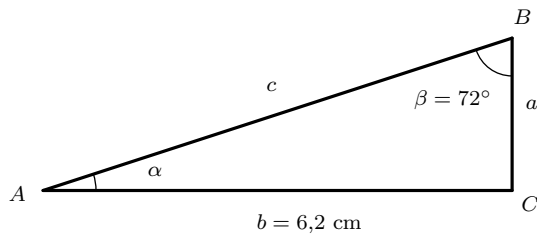
$$\underline{\underline{a = 3 \cdot \sin(63^\circ) \approx 2,67 \text{ km}}}$$

$$\bullet \text{ } \cos(63^\circ) = \frac{b}{3}$$

$$\underline{\underline{b = 3 \cdot \cos(63^\circ) \approx 1,36 \text{ km}}}$$

$$\bullet \text{ } \underline{\underline{S \approx \frac{1}{2} \cdot 2,67 \cdot 1,36 \approx 1,82 \text{ km}^2}}$$

d) $AC = 6,2 \text{ cm}$ $\beta = 72^\circ$

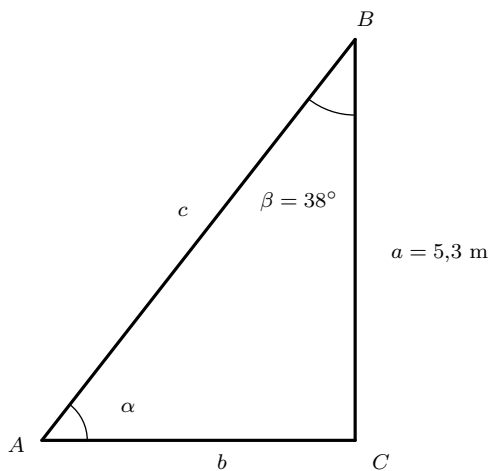


- $\alpha = 90^\circ - 72^\circ = \underline{18^\circ}$
- $\sin(72^\circ) = \frac{6,2}{c}$
- $c = \frac{6,2}{\sin(72^\circ)} \approx \underline{6,5 \text{ cm}}$

- $\tan(72^\circ) = \frac{6,2}{a}$
- $a = \frac{6,2}{\tan(72^\circ)} \approx \underline{2,0 \text{ cm}}$

$S \approx \frac{1}{2} \cdot 2,0 \cdot 6,2 \approx \underline{6,2 \text{ cm}^2}$

e) $BC = 5,3 \text{ m}$ $\beta = 38^\circ$

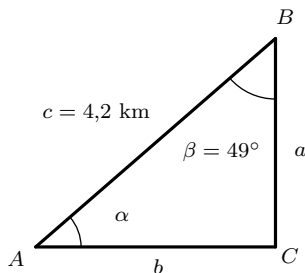


- $\alpha = 90^\circ - 38^\circ = \underline{52^\circ}$
- $\cos(38^\circ) = \frac{5,3}{c}$
- $c = \frac{5,3}{\cos(38^\circ)} \approx \underline{6,7 \text{ m}}$

- $\tan(38^\circ) = \frac{b}{5,3}$
- $5,3 \cdot \tan(38^\circ) = b$
- $b \approx \underline{4,1 \text{ m}}$

$S \approx \frac{1}{2} \cdot 5,3 \cdot 4,1 \approx \underline{11,0 \text{ m}^2}$

f) $AB = 4,2 \text{ km}$ $\beta = 49^\circ$



- $\alpha = 90^\circ - 49^\circ = \underline{41^\circ}$
- $\sin(49^\circ) = \frac{b}{4,2}$
- $4,2 \cdot \sin(49^\circ) = b \Leftrightarrow b \approx \underline{3,2 \text{ km}}$

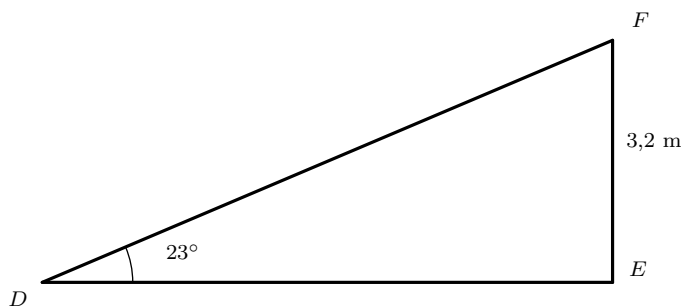
- $\cos(49^\circ) = \frac{a}{4,2}$
- $4,2 \cdot \cos(49^\circ) = a \Leftrightarrow a \approx \underline{2,8 \text{ km}}$

$S \approx \frac{1}{2} \cdot 2,8 \cdot 3,2 \approx \underline{4,4 \text{ km}^2}$

Exercice 1.17 Résoudre le trianglea) Triangle DEF rectangle en E

$EF = 3,2 \text{ m}$

$\widehat{EDF} = 23^\circ$



$$\cdot \angle DFE = 90^\circ - 23^\circ = \underline{67^\circ}$$

$$\cdot \tan(23^\circ) = \frac{3,2}{DE}$$

$$DE = \frac{3,2}{\tan(23^\circ)} \approx \underline{7,5 \text{ m}}$$

$$\cdot \sin(23^\circ) = \frac{3,2}{DF}$$

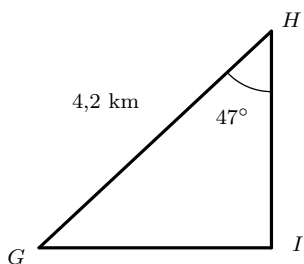
$$DF = \frac{3,2}{\sin(23^\circ)} \approx \underline{8,2 \text{ m}}$$

$$S \approx \frac{1}{2} \cdot 3,2 \cdot 7,5 \approx \underline{12,1 \text{ m}^2}$$

b) Triangle GHI rectangle en I

$GH = 4,2 \text{ km}$

$\widehat{GHI} = 47^\circ$



$$\cdot \angle IGH = 90^\circ - 47^\circ = \underline{43^\circ}$$

$$\cdot \sin(47^\circ) = \frac{GI}{4,2} \Leftrightarrow GI = 4,2 \cdot \sin(47^\circ) \approx \underline{3,1 \text{ km}}$$

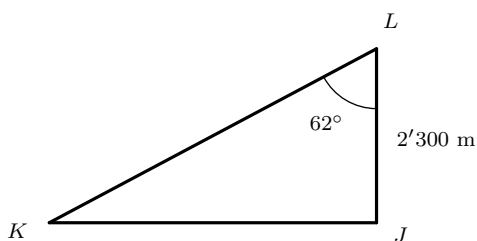
$$\cdot \cos(47^\circ) = \frac{HI}{4,2} \Leftrightarrow HI = 4,2 \cdot \cos(47^\circ) \approx \underline{2,9 \text{ km}}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3,1 \cdot 2,9 \approx \underline{4,4 \text{ km}^2}$$

c) Triangle JKL rectangle en J

$JL = 2'300 \text{ m}$

$\widehat{JLK} = 62^\circ$



$$\cdot \angle JKL = 90^\circ - 62^\circ = \underline{28^\circ}$$

$$\cdot \cos(62^\circ) = \frac{2300}{KL}$$

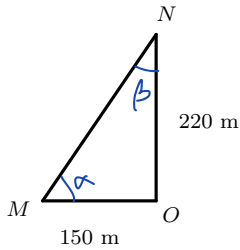
$$KL = \frac{2300}{\cos(62^\circ)} \approx \underline{4899,1 \text{ m}}$$

$$\cdot \tan(62^\circ) = \frac{KJ}{2300}$$

$$KJ = 2300 \cdot \tan(62^\circ) \approx \underline{4325,7 \text{ m}}$$

$$S \approx \frac{1}{2} \cdot 2300 \cdot 4325,7 \approx \underline{4'974'521,5 \text{ m}^2}$$

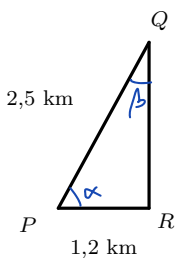
d) Triangle MNO rectangle en O $ON = 220$ m $OM = 150$ m



- $MN = \sqrt{150^2 + 220^2} \cong \underline{266,3 \text{ m}}$
- $\tan(\alpha) = \frac{220}{150} \Leftrightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{220}{150}\right) \cong \underline{55,7^\circ}$
- $\beta \cong 90^\circ - 55,7^\circ \cong \underline{34,3^\circ}$

$$\sigma = \frac{1}{2} \cdot 220 \cdot 150 = \underline{16'500 \text{ m}^2}$$

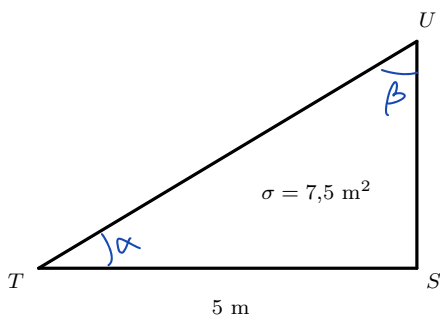
e) Triangle PQR rectangle en R $PR = 1,2$ km $PQ = 2,5$ km



- $QR = \sqrt{2,5^2 - 1,2^2} \cong \underline{2,2 \text{ km}}$
- $\cos(\alpha) = \frac{1,2}{2,5} \Leftrightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1,2}{2,5}\right) \cong \underline{61,3^\circ}$
- $\beta \cong 90^\circ - 61,3^\circ \cong \underline{28,7^\circ}$

$$\sigma \cong \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 2,2 \cong \underline{1,3 \text{ km}^2}$$

f) Triangle STU rectangle en S $ST = 5$ m $\sigma(STU) = 7,5 \text{ m}^2$

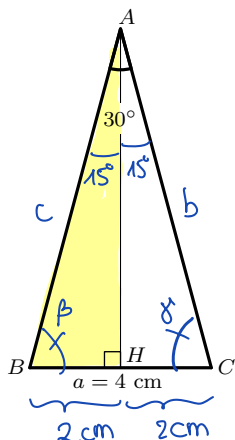


- $\sigma = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot SU = 7,5$ $\begin{array}{l} | \cdot 2 \\ 5SU = 15 \\ | : 5 \\ SU = \underline{3 \text{ m}} \end{array}$

- $TU = \sqrt{5^2 + 3^2} \cong \underline{5,8 \text{ m}}$

- $\tan(\alpha) = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \cong \underline{31,0^\circ}$

- $\beta \cong 90^\circ - 31^\circ \cong \underline{59,0^\circ}$

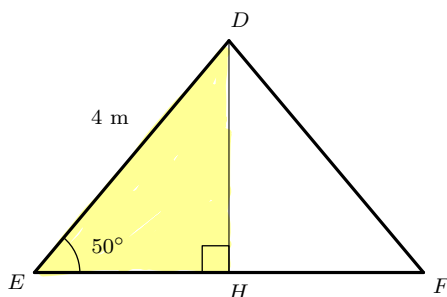
Exercice 1.18 Résoudre le triangle isocèlea) Triangle ABC isocèle en A $a = 4$ cm $\alpha = 30^\circ$ 

$$\bullet \beta = \gamma = 90^\circ - 15^\circ = \underline{75^\circ}$$

$$\bullet \sin(15^\circ) = \frac{2}{c} \Leftrightarrow c = \frac{2}{\sin(15^\circ)} \cong \underline{7,7 \text{ cm}} \cong b$$

$$\bullet \tan(15^\circ) = \frac{2}{AH} \Leftrightarrow AH = \frac{2}{\tan(15^\circ)} \cong 7,5 \text{ cm}$$

$$S \cong \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7,5 \cong \underline{14,9 \text{ cm}^2}$$

b) Triangle DEF isocèle en D $DE = 4$ m $\widehat{DEF} = 50^\circ$ 

$$\bullet \angle DFH = \underline{50^\circ}$$

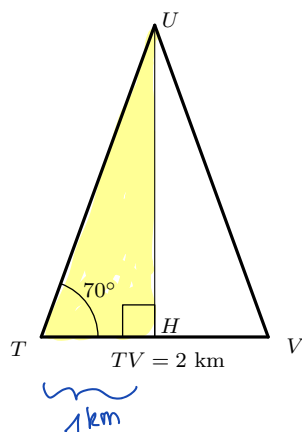
$$\bullet \angle EDF = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = \underline{80^\circ}$$

$$\bullet \cos(50^\circ) = \frac{EH}{4} \Leftrightarrow EH = 4 \cdot \cos(50^\circ) \cong 2,6 \text{ m}$$

$$\Rightarrow EF \cong 2 \cdot 2,6 \cong \underline{5,1 \text{ m}}$$

$$\bullet \sin(50^\circ) = \frac{DH}{4} \Leftrightarrow DH = 4 \cdot \sin(50^\circ) \cong 3,1 \text{ m}$$

$$S \cong \frac{1}{2} \cdot 5,1 \cdot 3,1 \cong \underline{7,9 \text{ m}^2}$$

c) Triangle TUV isocèle en U $TU = 2$ km $\widehat{UTV} = 70^\circ$ 

$$\bullet \angle TVU = \underline{70^\circ}$$

$$\bullet \angle TUV = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = \underline{40^\circ}$$

$$\bullet \cos(70^\circ) = \frac{1}{TU} \Leftrightarrow TU = \frac{1}{\cos(70^\circ)} \cong \underline{2,9 \text{ km}} \cong UV$$

$$\bullet \tan(70^\circ) = \frac{UH}{1} \Leftrightarrow UH = 1 \cdot \tan(70^\circ) \cong 2,7 \text{ km}$$

$$S \cong \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2,7 \cong \underline{2,7 \text{ km}^2}$$

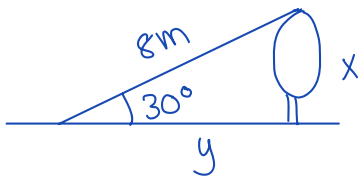
Exercice 1.19

Stonehenge, dans les plaines de Salisbury en Angleterre, a été construit à l'aide de blocs de pierre pesant plus de 45'000 kg chacun. Pour soulever une de ces pierres, il a fallu 550 personnes qui poussaient la pierre le long d'une rampe inclinée d'un angle de 9° .

Calculer sur quelle distance (arrondir la réponse à 0,1 m près) la pierre a été déplacée pour la dresser à une hauteur de 9 m :

Exercice 1.20

Une ficelle de 8 m est tendue entre un point d'un sol plat et le faîte d'un arbre; elle fait avec le sol un angle de 30° . Quelles sont (réponses arrondies au cm près) la hauteur de l'arbre et la distance qui sépare le pied de l'arbre et le point d'attache de la ficelle ?



$$\sin(30^\circ) = \frac{x}{8} \Leftrightarrow x = 8 \cdot \sin(30^\circ) = \underline{4 \text{ m.}}$$

$$\cos(30^\circ) = \frac{y}{8} \Leftrightarrow y = 8 \cdot \cos(30^\circ) \approx \underline{6,93 \text{ m}}$$

Exercice 1.21

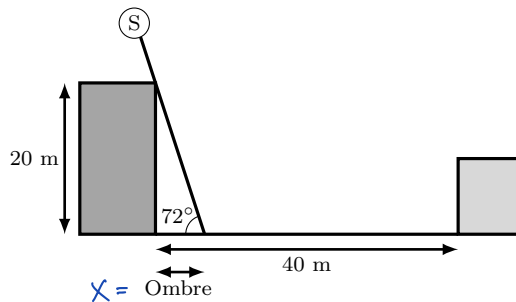
Le « raidillon » des Boveresses à Lausanne mesure 4 mm sur une carte au 1 : 25'000; la différence d'altitude entre le bas et le haut est de 20 m.

Quelle est sa pente (en %) ? Quel angle moyen fait-il avec l'horizontale ? Quelle distance (réponse arrondie au m près) parcourt un cycliste en le gravissant ?

Exercice 1.22

Un propriétaire apprend que l'on va construire un immeuble de 20 m de haut à 40 m de sa maison (distance entre les deux murs les plus proches de l'immeuble et de la maison); on note α l'angle que forment les rayons du soleil avec le sol.

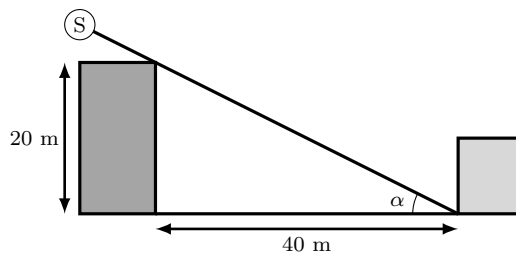
- a) On suppose que $\alpha = 72^\circ$; calculer la longueur (réponse arrondie au cm près) de l'ombre de l'immeuble et vérifier que cette ombre ne touche pas la maison.



$$\tan(72^\circ) = \frac{20}{x} \Leftrightarrow x = \frac{20}{\tan(72^\circ)}$$

$$\cong \underline{6,50 \text{ m}} < 40 \quad \checkmark$$

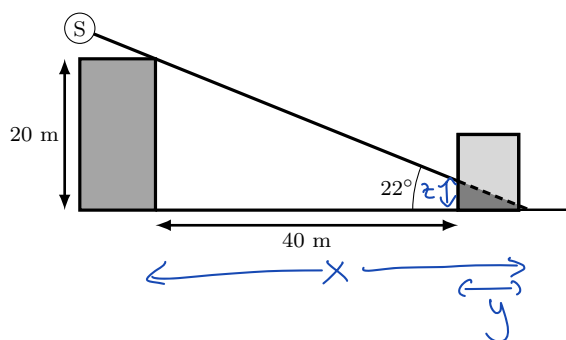
- b) Calculer la valeur de l'angle α (arrondie à $0,1^\circ$ près) à partir de laquelle l'ombre commence à atteindre la maison :



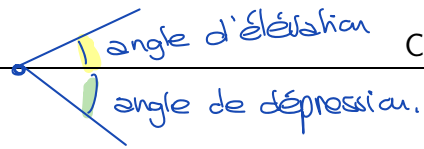
$$\tan(\alpha) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \tan^{-1}(0,5) \cong \underline{26,6^\circ}$$

- c) On suppose que $\alpha = 22^\circ$; calculer la hauteur maximale atteinte par l'ombre sur la façade de la maison :



- $\tan(22^\circ) = \frac{20}{x}$
- $\Leftrightarrow x = \frac{20}{\tan(22^\circ)} \cong 49,5 \text{ m}$
- $y \cong 49,5 - 40 = 9,5 \text{ m}$
- $\tan(22^\circ) \cong \frac{z}{9,5}$
- $\Leftrightarrow z \cong 9,5 \cdot \tan(22^\circ) \cong \underline{3,84 \text{ m}}$



Angle d'élevation et de dépression

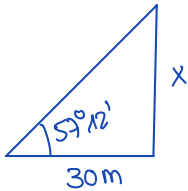
Lorsqu'un observateur regarde un objet, l'angle que forme la ligne de visée de l'objet avec l'horizontale est appelé **angle d'élevation** si l'objet se trouve au-dessus de l'horizontale et **angle de dépression** si l'objet se trouve au-dessous de l'horizontale.

Exercice 1.23

À partir d'un point situé sur un sol plat à 30 mètres du pied d'une tour, l'angle d'élevation du sommet de la tour est de $57^{\circ}12'$. Calculer la hauteur (au cm près) de la tour :

Questions avant de commencer : 1) tour > 30m ?

2) Quel angle pour tour = 30m de haut



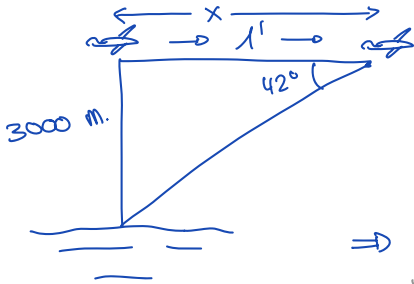
$$57^{\circ}12' = 57 + \frac{12}{60} = 57,2^{\circ}$$

$$\tan(57,2^{\circ}) = \frac{x}{30} \quad | \cdot 30$$

$$30 \cdot \tan(57,2^{\circ}) = x \Rightarrow x \approx 46,55 \text{ m}$$

Exercice 1.24

Un avion volant à une altitude de 3'000 mètres passe juste au-dessus d'un objet fixe situé au niveau de la mer. Une minute plus tard, l'angle de dépression de l'objet depuis l'avion est de 42° . Calculer la vitesse de l'avion (arrondie à 1 km/h près) :



$$\tan(42^{\circ}) = \frac{3000}{x} \quad | \cdot x \mid \div \tan(42^{\circ})$$

$$x = \frac{3000}{\tan(42^{\circ})} \approx 3331,84 \text{ m} \approx 3,332 \text{ km (en 1')}$$

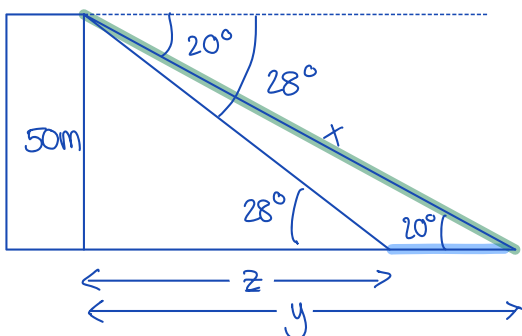
$$\Rightarrow \text{vitesse : } 3,332 \cdot 60 \approx 199,9 \approx 200 \text{ km/h}$$

1'	60'
3,332 km	x

Exercice 1.25

Au sommet d'un bâtiment dominant l'océan, un observateur regarde un bateau qui fait route en direction du bâtiment. On sait que l'observateur se trouve 50 mètres au-dessus de l'océan et que l'angle de dépression sous lequel est vu le bateau passe de 20° à 28° pendant la période d'observation.

Calculer la distance initiale entre le bateau et l'observateur, ainsi que la distance parcourue par le bateau (réponses arrondies au m près) :



$$\bullet \sin(20^{\circ}) = \frac{50}{x}$$

$$x = \frac{50}{\sin(20^{\circ})} \approx 146 \text{ m (distance initiale)}$$

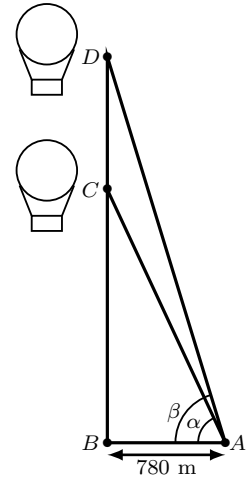
$$\bullet \tan(20^{\circ}) = \frac{50}{y} \Leftrightarrow y = \frac{50}{\tan(20^{\circ})} \approx 137,4 \text{ m}$$

$$\bullet \tan(28^{\circ}) = \frac{50}{z} \Leftrightarrow z = \frac{50}{\tan(28^{\circ})} \approx 94 \text{ m}$$

$$- 23 - \Rightarrow \text{distance parcourue : } 137,4 - 94 \approx 43 \text{ m}$$

Exercice 1.26

On mesure depuis un point A du sol les angles d'élévation α et β pour deux positions C et D d'un ballon à air chaud. On sait que le point A se trouve à 780 mètres du point de départ B du ballon (voir ci-contre). Sachant que $\alpha = 65^\circ$ et $\beta = 73^\circ$, déterminer :



- a) la différence d'altitude CD du ballon entre les deux mesures (arrondir la réponse au m près) :

- $\tan(65^\circ) = \frac{BC}{780} \Leftrightarrow BC = 780 \cdot \tan(65^\circ) \approx 1'672,7 \text{ m}$
- $\tan(73^\circ) = \frac{BD}{780} \Leftrightarrow BD = 780 \cdot \tan(73^\circ) \approx 2551,3 \text{ m}$
- $CD \approx 2551,3 - 1'672,7 = 878,5 \text{ m} \approx \underline{879 \text{ m}}$

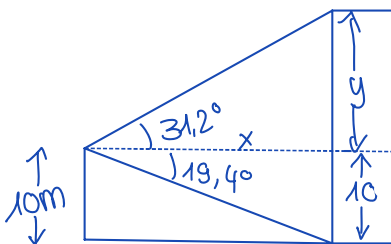
- b) la distance AD (arrondir la réponse au m près) :

$$\cos(73^\circ) = \frac{780}{AD} \Leftrightarrow AD = \frac{780}{\cos(73^\circ)} \approx 2'667,8 \text{ m} \approx \underline{2668 \text{ m}}$$

Exercice 1.27

À partir d'un point situé à 10 mètres du sol, l'angle d'élévation du sommet d'un bâtiment est de $31,2^\circ$ et l'angle de dépression du pied du même bâtiment est de $19,4^\circ$.

Calculer la hauteur du bâtiment (arrondie à 0,1 m près) :



$$\bullet \tan(19,4^\circ) = \frac{10}{x}$$

$$x = \frac{10}{\tan(19,4^\circ)} \approx 28,4 \text{ m}$$

$$\bullet \tan(31,2^\circ) \approx \frac{y}{28,4}$$

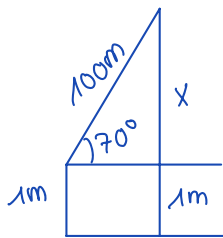
$$28,4 \cdot \tan(31,2^\circ) \approx y \Rightarrow y \approx 17,2 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{hauteur du bâtiment : } 10 + y \approx \underline{27,2 \text{ m}}$$

Exercice 1.28

Une personne qui manœuvre un cerf-volant tient la bobine de fil à 1 m au-dessus du sol et a laissé dérouler 100 mètres de fil. On suppose que le fil du cerf-volant est tendu et qu'il forme un angle de 70° avec l'horizontale.

- a) Calculer la hauteur (arrondie au cm près) du cerf-volant par rapport au sol :



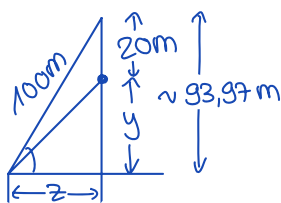
$$\sin(70^\circ) = \frac{x}{100}$$

$$100 \cdot \sin(70^\circ) = x \Rightarrow x \approx 93,97 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{hauteur : } 1 + x \approx \underline{94,97 \text{ m}}$$

- b) Suite à un coup de vent, le cerf-volant descend verticalement de 20 mètres. La personne enrôle le fil du cerf-volant sans se déplacer afin que le fil soit de nouveau tendu (l'angle du fil avec l'horizontale et la longueur du fil sont donc diminués).

- 1) Quelle est la nouvelle longueur (arrondie au cm près) du fil ?



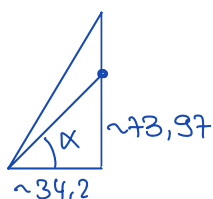
$$y \approx 93,97 - 20 = 73,97 \text{ m}$$

$$z \approx \sqrt{100^2 - 93,97^2} \approx 34,2 \text{ m}$$

$$\text{ou } \tan(70^\circ) \approx \frac{93,97}{z} \Leftrightarrow z \approx 93,97 \cdot \tan(70^\circ) \approx 34,2 \text{ m}$$

$$\bullet \text{ nouvelle longueur de fil : } \sqrt{73,97^2 + 34,2^2} \approx \underline{81,49 \text{ m}}$$

- 2) Quel est le nouvel angle (arrondi à $0,1^\circ$ près) du fil avec l'horizontale ?



$$\tan(\alpha) \approx \frac{73,97}{34,2}$$

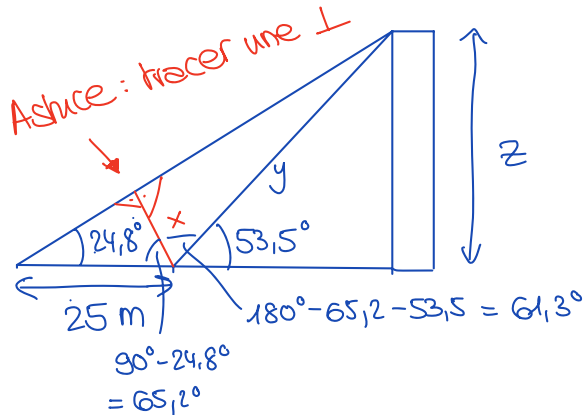
$$\alpha \approx \tan^{-1}\left(\frac{73,97}{34,2}\right) \approx \underline{65,2^\circ}$$

Exercice 1.29

À partir d'un point P au sol, l'angle d'élevation du sommet d'une tour est de $24^{\circ}48'$. À partir d'un point Q situé 25 mètres plus près de la tour que P et aligné avec P et le pied de la tour, l'angle d'élevation du sommet est de $53^{\circ}30'$.

Calculer la hauteur de la tour (arrondie à 0,1 m près) :

$$24^{\circ}48' = 24 + \frac{48}{60} = 24,8^{\circ} \quad \text{et} \quad 53^{\circ}30' = 53,5^{\circ}$$



$$\bullet \sin(24,8^{\circ}) = \frac{x}{25}$$

$$\Rightarrow x = 25 \cdot \sin(24,8^{\circ}) \approx 10,50 \text{ m}$$

$$\bullet \cos(61,3^{\circ}) \approx \frac{10,5}{y}$$

$$\Rightarrow y \approx \frac{10,5}{\cos(61,3^{\circ})} \approx 21,80 \text{ m}$$

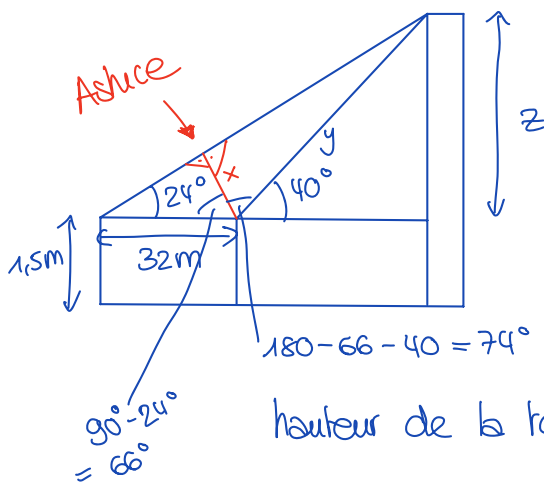
$$\bullet \sin(53,5^{\circ}) \approx \frac{z}{21,80}$$

$$\Rightarrow z \approx 21,80 \cdot \sin(53,5^{\circ}) \approx \underline{17,6 \text{ m}}$$

hauteur de la tour.

Exercice 1.30

L'angle d'élevation du sommet d'une tour est de 24° . On s'avance de 32 m en direction de la tour, l'angle d'élevation est alors de 40° . L'œil de l'observateur est situé à 1,50 m du sol. Calculer la hauteur de la tour (arrondie à 0,1 m près) :



$$\bullet \sin(24^{\circ}) = \frac{x}{32}$$

$$32 \cdot \sin(24^{\circ}) = x \Leftrightarrow x \approx 13,0 \text{ m}$$

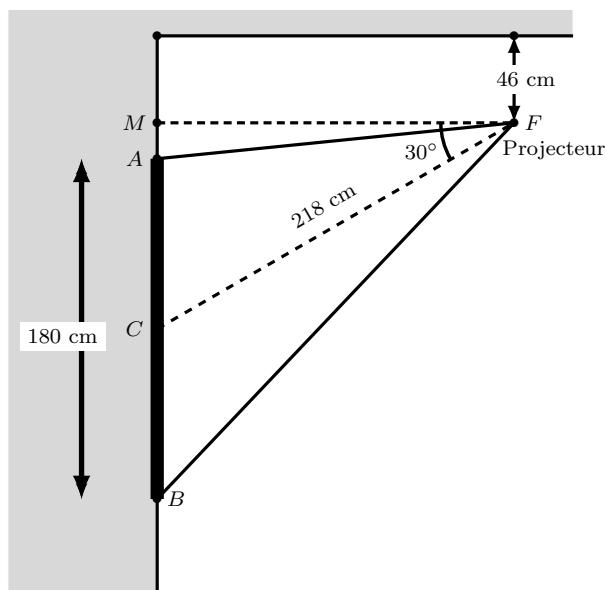
$$\bullet \cos(74^{\circ}) \approx \frac{13,0}{y} \Leftrightarrow y \approx \frac{13,0}{\cos(74^{\circ})} \approx 47,2 \text{ m}$$

$$\bullet \sin(40^{\circ}) \approx \frac{z}{47,2} \Leftrightarrow z = 47,2 \cdot \sin(40^{\circ}) \approx 30,4 \text{ m}$$

hauteur de la tour : $z + 1,5 \approx \underline{31,9 \text{ m}}$

Exercice 1.31

Le fabricant d'un système de projection informatisé recommande de fixer le système au plafond (comme montré sur la figure ci-contre) avec les mesures suivantes : la distance entre le point de fixation F et le plafond doit être de 46 cm ; le projecteur vise le milieu C de l'écran AB et forme un angle de 30 degrés avec l'horizontale ; la distance entre le milieu de l'écran C et le crochet F doit être de 218 cm. On sait également que la hauteur de l'écran AB mesure 180 cm. On néglige la largeur de l'écran.



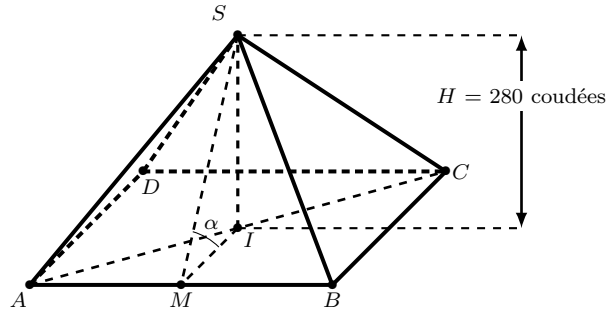
a) Calculer la distance (arrondie au cm près) entre le point de fixation F et le mur qui porte l'écran :

b) Calculer la distance entre le haut de l'écran A et le plafond :

c) Calculer l'angle \widehat{AFB} (arrondi à $0,1^\circ$ près) :

Exercice 1.32

La grande pyramide de Khéops est une pyramide régulière dont la base est un carré auquel les Égyptiens donnèrent des dimensions telles que l'on pouvait en parcourir un côté avec 140 tours d'une roue d'une coudée royale de diamètre (une coudée royale mesure environ 0,524 m). Quant à la hauteur, elle mesurait 280 coudées royales. Calculer :



- a) la longueur du côté de la base et celle des arêtes latérales de la pyramide (réponse à arrondir au cm près) :

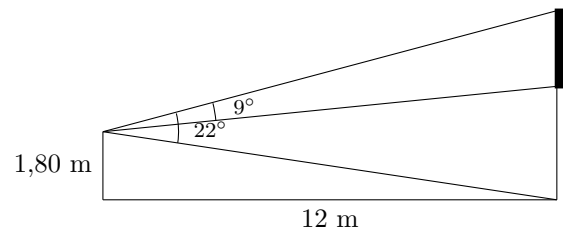
- b) l'angle que les faces de la pyramide forment avec le sol :

- c) le rapport $\frac{SM}{IM}$. À quel nombre ce résultat vous fait-il penser ?

- d) le rapport $\frac{2 \cdot AB}{SI}$. À quel nombre ce résultat vous fait-il penser ?

Exercice 1.33

Denis, dont les yeux sont situés à 1,80 m du sol, suit un match sur un écran géant vertical situé horizontalement à 12 m de lui. Il voit l'écran sous un angle de 9° . Son angle de vision vertical entre le sol et le sommet de l'écran géant est de 22° .



Déterminer la dimension verticale de l'écran géant :

Exercice 1.34

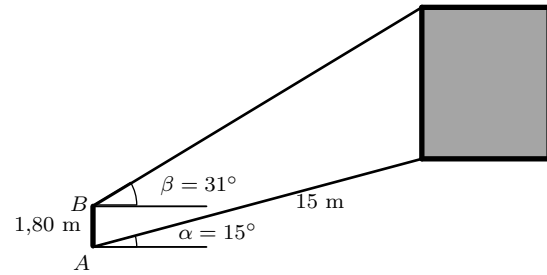
On désire installer un panneau solaire de 3 m de long, ayant un angle d'inclinaison de 45° par rapport à l'horizontal. La pente du toit est de 50%.



Déterminer la hauteur du support vertical permettant de placer correctement le panneau solaire :

Exercice 1.35

Un observateur (segment AB), dont les yeux sont situés à 1,80 m du sol, se trouve sur une pente de 15° à une distance de 15 m du pied d'une maison. L'observateur voit le sommet de la maison sous un angle d'élévation de 31° .



Déterminer la hauteur de la maison :

Exercice 1.36

La distance à vol d'oiseau de Rolle à Villeneuve est environ de 45 km. On tire un câble parfaitement tendu dans le lac entre ces deux villes.

Déterminer la profondeur maximale atteinte par le câble (rayon de la Terre $\simeq 6'370$ km) :

Exercice 1.37

Couché par terre à Ouchy, j'observe le jet d'eau de Genève. J'en vois une portion de 24 m de haut. On sait que la distance d'Ouchy au jet d'eau de Genève est de 50 km.

Déterminer la hauteur du jet d'eau de Genève (rayon de la Terre $\simeq 6'370$ km) :

Exercice 1.38

Un observateur placé à une hauteur de 252 m au-dessus du niveau de la mer observe l'horizon sous un angle de $89,49^\circ$ par rapport à la verticale.

Évaluer le rayon terrestre en utilisant ces informations :

1.4 Solutions des exercices

1.1

a) 1) $37,6833^\circ$ 2) $115,4408^\circ$

b) 1) $63^\circ 10' 8''$ 2) $310^\circ 37' 17''$

1.2 a) $83^\circ 25' 4''$ b) $14' 11,84''$

1.3

a) $\simeq 4,2883$ rad c) $\simeq 0,4051$ rad e) $\frac{\pi}{4}$ rad

b) $\simeq 0,0175$ rad d) $\frac{\pi}{3}$ rad f) $\frac{3\pi}{4}$ rad

1.4 a) $\simeq 194,81^\circ$ b) $\simeq 57,30^\circ$ c) 120° d) 330°

1.5

a) 10,5 m c) 5 rad $\simeq 286,48^\circ$ e) $\simeq 130,90$ cm²

b) $\simeq 10,472$ km d) $\simeq 30,0$ cm f) 9 m

1.6 $\simeq 1'853$ m

1.7 $\simeq 88,942$ km

1.8 $\simeq 47^\circ 20'$ N

1.9 $\simeq 1'056,19$ km

1.10 $\simeq 6'366$ km

1.11 a) $\simeq 15,04^\circ$ b) $\simeq 1'670$ km/h

1.12 $\simeq 509,3$ tours/min

1.13 26 tours par minute

1.14 a) $\simeq 91,6$ cm b) 1 rad $\simeq 57,3^\circ$

1.15 a) $\simeq 97,7$ cm b) $\simeq 1'832,60$ cm²

1.16

a) $\beta = 55^\circ$, $a \simeq 3,5$ cm, $c \simeq 6,1$ cm, $\sigma \simeq 8,8$ cm²

b) $\beta = 48^\circ$, $b \simeq 4,4$ m, $c \simeq 6,0$ m, $\sigma \simeq 8,9$ m²

c) $\beta = 27^\circ$, $a \simeq 2,7$ km, $b \simeq 1,4$ km, $\sigma \simeq 1,8$ km²

d) $\alpha = 18^\circ$, $a \simeq 2,0$ cm, $c \simeq 6,5$ cm, $\sigma \simeq 6,2$ cm²

e) $\alpha = 52^\circ$, $b \simeq 4,1$ m, $c \simeq 6,7$ m, $\sigma \simeq 11,0$ m²

f) $\alpha = 41^\circ$, $a \simeq 2,8$ km, $b \simeq 3,2$ km, $\sigma \simeq 4,4$ km²

1.17

- a) $\angle DFE = 67^\circ$, $DE \simeq 7,5$ m, $DF \simeq 8,2$ m, $\sigma \simeq 12,1$ m²
 b) $\angle IGH = 43^\circ$, $IH \simeq 2,9$ km, $IG \simeq 3,1$ km, $\sigma \simeq 4,4$ km²
 c) $\angle JKL = 28^\circ$, $JK \simeq 4'325,7$ m, $KL \simeq 4'899,1$ m, $\sigma \simeq 4'974'521,5$ m²
 d) $MN \simeq 266,3$ m, $\angle OMN \simeq 55,7^\circ$, $\angle MNO \simeq 34,3^\circ$, $\sigma = 16'500$ m²
 e) $QR \simeq 2,2$ km, $\angle RPQ \simeq 61,3^\circ$, $\angle PQR \simeq 28,7^\circ$, $\sigma \simeq 1,3$ km²
 f) $SU = 3$ m, $TU \simeq 5,8$ m, $\angle STU \simeq 31,0^\circ$, $\angle TUS \simeq 59,0^\circ$

1.18

- a) $\beta = \gamma = 75^\circ$, $AB = AC \simeq 7,7$ cm, $\sigma \simeq 14,9$ cm²
 b) $DF = 4$ m, $\angle DFE = 50^\circ$, $\angle EDF = 80^\circ$, $EF \simeq 5,1$ m, $\sigma \simeq 7,9$ m²
 c) $\angle TVU = 70^\circ$, $\angle TUV = 40^\circ$, $UT = UV \simeq 2,9$ km, $\sigma \simeq 2,7$ km²

1.19 56,8 m**1.20** Hauteur : 4 m ; distance entre le point d'attache et le pied de l'arbre : 6,93 m**1.21** Pente : 20 % ; angle moyen : 11,3° ; distance parcourue : 102 m**1.22** a) 6,50 m (< 40 m) b) 26,6° c) 3,84 m**1.23** 46,55 m**1.24** Vitesse de l'avion : 200 km/h**1.25** Distance initiale : 146 m Distance parcourue par le bateau : 43 m**1.26** a) 879 m b) 2'668 m**1.27** Hauteur du bâtiment : 27,2 m**1.28** a) 94,97 m b) 1) 81,49 m 2) 65,2°**1.29** Hauteur de la tour : 17,6 m**1.30** Hauteur de la tour : 31,9 m**1.31** a) 189 cm b) 65 cm c) 40,8°**1.32** a) Arêtes de base : 230,47 m ; arêtes latérales : 219,28 m b) 51,85°c) $\simeq 1,619 \simeq$ nombre d'Or $= \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \simeq 1,618$ d) $\simeq 3,1416 \simeq \pi$ **1.33** 1,94 m**1.34** 1,06 m**1.35** 6,62 m**1.36** 40 m**1.37** 220 m**1.38** 6'361 km