

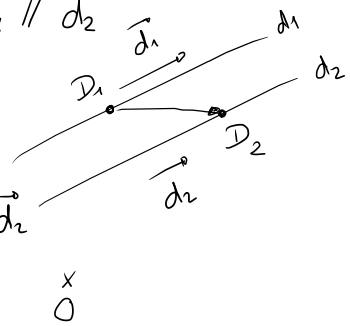
# Equation cartésienne

Exemple:  $d_1: \begin{cases} x = 3 - 2k \\ y = -2 + k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$  et  $d_2: \begin{cases} x = -5 + 4l \\ y = 2 - 2l \end{cases}, l \in \mathbb{R}$

$d_1 \equiv d_2$ ?   
 *confondues*

1)  $\vec{d}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \sim \vec{d}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow d_1 \parallel d_2$

$D_1(3; -2)$        $D_2(-5; 2)$



2)  $\overrightarrow{D_1 D_2} = \begin{pmatrix} -5 - 3 \\ 2 + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \end{pmatrix} \sim \vec{d}_1 \sim \vec{d}_2$

1) et 2)   
  $\Rightarrow d_1 \equiv d_2$

But : Simplifier les équations paramétriques et obtenir une unique équation de droite (à équivalence près)

Déf : Une équation de la forme  $ax + by + c = 0$  est appelée une équation cartésienne de la droite.

Un vecteur directeur de cette droite est  $\vec{d} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$

Exemple :  $d_1: \begin{cases} x = 3 - 2k \\ y = -2 + k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow x = 3 - 2k$   
 $+ \quad 2y = -4 + 2k$   


---

 $x + 2y = -1$

$d_1: x + 2y + 1 = 0$

coefficient de y de signe opposé  
 $\vec{d}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$   
 coefficient de x

de même  $d_2: \begin{cases} x = -5 + 4l \\ y = 2 - 2l \end{cases}$

$\Rightarrow x = -5 + 4l$   
 $+ \quad 2y = 4 - 4l$   


---

 $x + 2y = -1$

$d_2: x + 2y + 1 = 0$

c'est la même équation que  $d_1 : d_1 \equiv d_2$

$$d: ax + by + c = 0 \quad \text{avec} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$$

Exemple Déterminer l'équation cartésienne d'une droite donnée par

$$1) \quad A(1; -3) \quad \text{et} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \Rightarrow b = -5 \\ \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow d: 2x - 5y + c = 0$$

$$A(1; -3) \in d \Rightarrow \begin{aligned} 2 \cdot 1 - 5 \cdot (-3) + c &= 0 \\ 2 + 15 + c &= 0 \\ c &= -17 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{d: 2x - 5y - 17 = 0}}$$

$$2) \quad A(-5; 12) \quad \text{et} \quad B(1; 0)$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 1+5 \\ 0-12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix} = 6 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow b = -1 \\ \leftarrow a \end{matrix}$$

$$\Rightarrow -2x - y + c = 0$$

$$B \in d \Rightarrow \begin{aligned} -2 \cdot 1 - 0 + c &= 0 \\ -2 + c &= 0 \\ c &= 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{d: -2x - y + 2 = 0}} \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{2x + y - 2 = 0}}$$