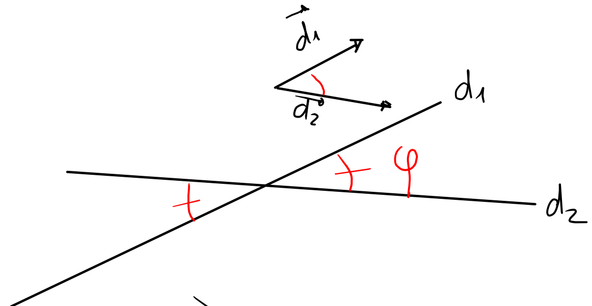
3.2 Questions métriques

1. Angle aigu entre deux droites



C'est l'angle aigu entre les vecteurs directeurs des droites (ou entre les vecteurs normaux)

$$\vec{d_1} \cdot \vec{d_2} = \|\vec{d_1}\| \cdot \|\vec{d_2}\| \cdot \cos(\varphi)$$ forme trigo du prod. scalaire

$$\Leftrightarrow \quad \cos(\varphi) = \frac{\vec{d_1} \cdot \vec{d_2}}{\|\vec{d_1}\| \cdot \|\vec{d_2}\|}, \quad 0 \leq \varphi \leq 180°$$

Pour l'angle aigu : $\boxed{\cos(\varphi) = \frac{|\vec{d_1} \cdot \vec{d_2}|}{\|\vec{d_1}\| \cdot \|\vec{d_2}\|}}$

exple : ex 3.2.2 d) $\quad d_1 : 3x + 2y - 1 = 0 \qquad d_2 : 5x - 2y + 3 = 0$

$$\vec{d_1} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \vec{d_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{d_1} \cdot \vec{d_2} &= -2 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 11 \\ \|\vec{d_1}\| &= \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \\ \|\vec{d_2}\| &= \sqrt{4+25} = \sqrt{29} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{11}{\sqrt{13}\sqrt{29}}\right) \cong \underline{55{,}49°}$$

1. <u>Angle aigu entre deux droites (suite)</u>

Autre formule :

$$\boxed{\tan(\varphi) = \left|\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2}\right| \quad \text{mais pas de sens si} \begin{array}{l} \bullet\ d_1 \text{ ou } d_2 \text{ est une droite verticale (car } m \to \infty) \\ \bullet\ d_1 \perp d_2 \text{ (car } m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow \text{division par zéro)} \end{array}}$$

<u>Exple</u> : 3.2.2 d) $d_1 : 3x + 2y - 1 = 0$ $d_2 : 5x - 2y + 3 = 0$

$m_1 = -\frac{3}{2}$ $m_2 = +\frac{5}{+2}$

$$\tan(\varphi) = \left|\frac{\frac{5}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right)}{1 + \left(-\frac{3}{2}\right)\frac{5}{2}}\right| = \left|\frac{4}{1 - \frac{15}{4}}\right| = \left|\frac{4}{-\frac{11}{4}}\right| = \left|4 \cdot \left(-\frac{4}{11}\right)\right| = \frac{16}{11}$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{16}{11}\right) \cong 55,49°$$