Vecteur

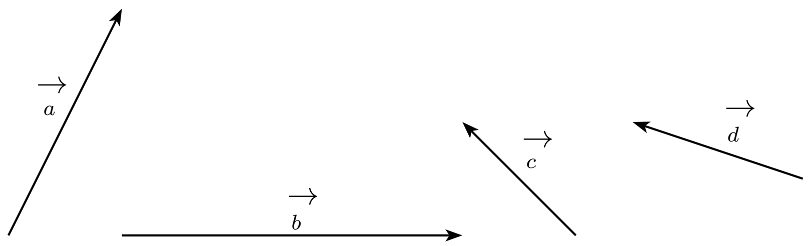
*Un **vecteur** est représenté par une flèche qui définit*

—

—

—

1. Représenter ci-dessous le vecteur $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} + \vec{d}$



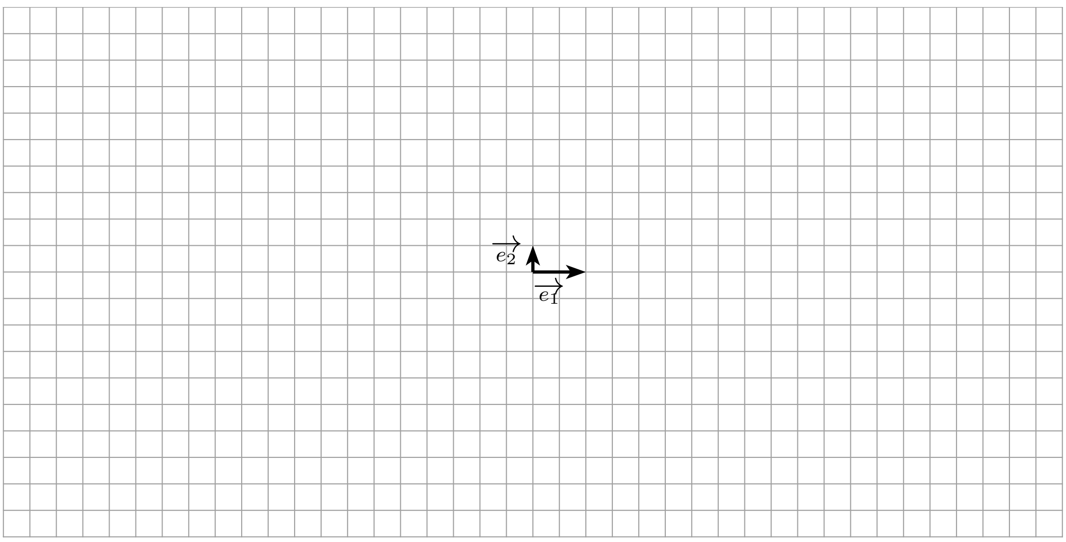
Qu'appelle-t-on deux vecteurs **colinéaires** ?

Base

*On munit l'ensemble $\mathcal{V}_2$ des vecteurs du plan d'une **base**, que l'on note $\mathcal{B} = (\vec{e_1}; \vec{e_2})$ formée d'un couple de vecteurs non colinéaires.*
On peut ainsi exprimer tout vecteur $\vec{a}$ comme combinaison linéaire de $\vec{e_1}$ et de $\vec{e_2}$:
$\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ *où a_1 et a_2 sont des nombres réels, appelés **composantes**.*

2. Relativement à une base on donne les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{c} = 6\vec{e_1} - 7\vec{e_2}$.

a) Représenter ci-dessous ces vecteurs.



b) Calculer les composantes de $\vec{u} = -\vec{a} + 2\vec{b}$ et de $\vec{v} = 2\vec{c} - 2\vec{a} - \vec{b}$ et les représenter.

Repère

*En associant un point O (origine) à une base $(\vec{e_1};\vec{e_2})$, on obtient un **repère** du plan noté $(O;\vec{e_1};\vec{e_2})$. On peut alors placer un point d'après ses coordonnées.*

Différences entre coordonnées et composantes :

Lien entre coordonnées et composantes :

***Relation de Chasles** :*

Comment déterminer si deux vecteurs sont colinéaires ?

*Comment déterminer le **milieu** d'un segment ?*

*Comment déterminer le **centre de gravité** d'un triangle ?*

*Comment calculer l'**aire d'un triangle** ?*

3. On donne relativement à un repère les points $A(2;5)$, $B(3;8)$ et $C(-2;-7)$.

a) Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.

b) Les points A ,B et C sont-ils alignés ?

c) Déterminer les coordonnées du milieu M du segment AC.

On donne relativement à un repère les points $D(2;3)$, $E(5;2)$, $F(-1;-1)$ et $H(1;-2)$.

d) Déterminer les coordonnées du centre de gravité G du triangle DEF.

e) Calculer l'aire du triangle DEF.

f) $DEFH$ est-il un parallélogramme ?

Norme et produit scalaire

On appelle ***norme*** *de* $\vec{a}$ *la "longueur" d'une flèche représentant ce vecteur et on note* $\| \vec{a} \|$.

Dans une ***base orthonormée****, si* $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, $\quad \| \vec{a} \| =$

On définit aussi, dans une base orthonormée, le ***produit scalaire*** $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

Propriété : $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow$

4.

a) Calculer la norme des vecteurs $\begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) On donne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 20 \end{pmatrix}$. Calculer $\vec{a} \cdot \vec{b}$ et $\vec{b} \cdot \vec{c}$. Que peut-on conclure ?

Le produit scalaire peut aussi être défini sous forme trigonométrique :
$\vec{a} \cdot \vec{b} = \| \vec{a} \| \cdot \| \vec{b} \| \cdot \cos(\varphi)$ ou φ est l'angle formé par $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et $0° \leqslant \varphi \leqslant 180°$.

Ainsi $\varphi =$

c) Quel est la valeur de l'angle formé par les vecteurs $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$?