

Algèbre

2.1 Développer une expression

$$p(x) = 3x^2 + 2x - 5 \quad \text{polynôme}$$

$$p(x) = \underline{a_n} x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \underline{a_{n-2}} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + \underline{a_0}$$

degré du polynôme : n avec $a_n \neq 0$

coefficient du terme de degré n : a_n

" " " $n-2$: a_{n-2}

terme constant : a_0

ex 2.1.1 p. 39 d) e) f)

$$d) \quad 2a + b - c + 3a - b + c = 5a$$

$$e) \quad 2a + b - c - (3a - b + c) = \\ 2a + b - c - 3a + b - c = -a + 2b - 2c$$

$$f) \quad (2a + b - c)(3a - b + c) \\ = 6a^2 - \underline{2ab} + \underline{2ac} + \underline{3ab} - b^2 + bc - \underline{3ac} + bc - c^2 \\ = 6a^2 - b^2 - c^2 + ab - ac + 2bc$$

2.1.6

$$p(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5x - 1$$

$$q(x) = 3x^3 + 2x^2 - 4x + 2$$

$$a) p(x) + q(x) = p + q = 5x^3 - x^2 + x + 1$$

$$b) p \cdot q$$

$$\text{degré ? } 2x^3 \cdot 3x^3 = 6x^6 \Rightarrow 6$$

$$\begin{aligned} \text{coeff. du terme de degré 4 ? } & -3x^2 \cdot 2x^2 + 2x^3 \cdot (-4x) + 5x \cdot 3x^3 \\ & = -6x^4 - 8x^4 + 15x^4 \\ & = +x^4 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ le coefficient vaut 1

2.1.7 + indiquer le degré des polynômes obtenus.

Produits remarquables (à connaître par cœur)

a) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

c) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$



d) $(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$
 $= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$



e) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(a+(-b))^3 = a^3 + 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3$

Exemple : $(2x+y)^3 = 8x^3 + 3 \cdot 4x^2 \cdot y + 3 \cdot 2x \cdot y^2 + y^3$
 $= 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$

$(2x-3)^3 = 8x^3 - 3 \cdot 4x^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 9 - 27$
 $= 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$

f) $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$



exemples : $(x-2)(x^2+2x+4) = x^3 - 8$

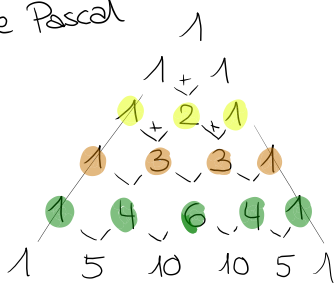
g) $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$

$(5s+3t)(25s^2-15st+9t^2) = 125s^3 + 27t^3$

ex 2.1.3 / 2.1.4 a) → g) / 2.1.10 b) d) g)

$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$

triangle de Pascal

0^e ligne1^e ligne2^e ligne3^e4^e

$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$

$(a+b)^4 =$

Le triangle de Pascal
permet de calculer les
coefficients du
développement de $(a+b)^n$