

Ex 1.1

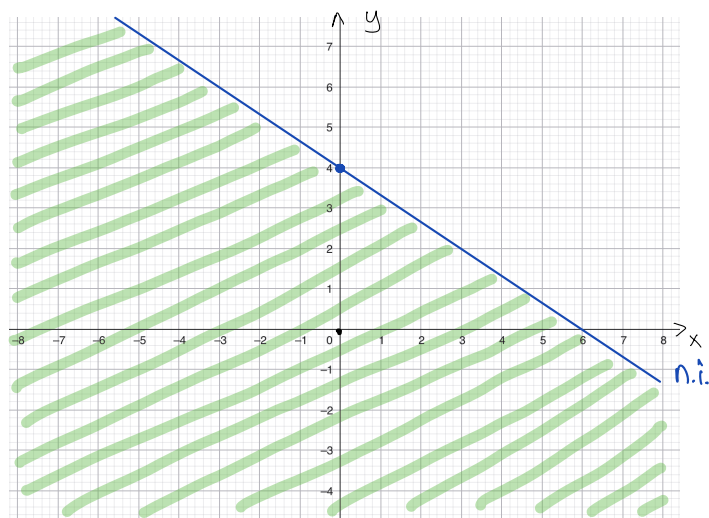
a) $2x + 3y - 12 < 0$ ↖ droite non incluse

$$2x + 3y - 12 = 0$$

$$3y = -2x + 12$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 4$$

test(0;0) : $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 12 = -12 < 0$? oui



b) $\frac{1}{2}x - 3y \geq 0$ ↖ droite incluse

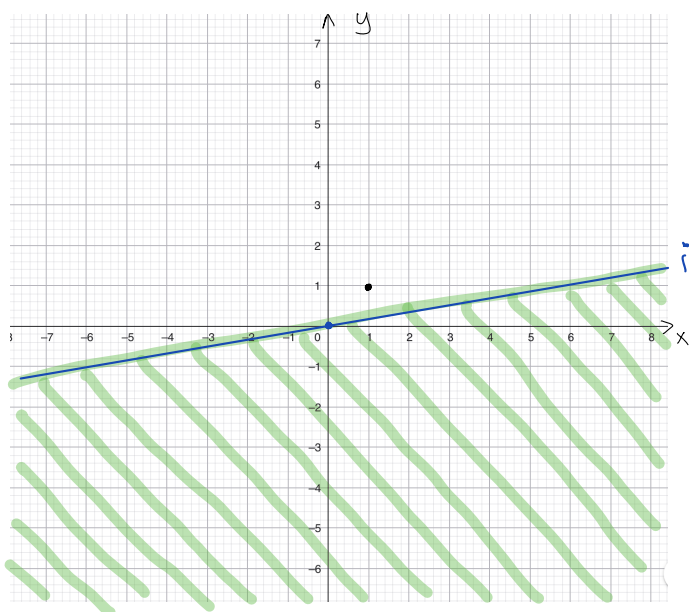
$$\frac{1}{2}x - 3y = 0$$

$$-3y = -\frac{1}{2}x$$

$$y = \frac{1}{6}x$$

test(1;1) : $\frac{1}{2} \cdot 1 - 3 \cdot 1$

$$= \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2} \geq 0? \text{ non}$$



Rem: test(0;0) pas ici car (0;0) est sur la droite

Ex 1.2

a) $\begin{cases} 3x + y > 3 & \textcircled{1} \\ 2x - y < 4 & \textcircled{2} \end{cases}$ ↖ droite non incluse
↖ droite non incluse

①. $3x + y = 3$

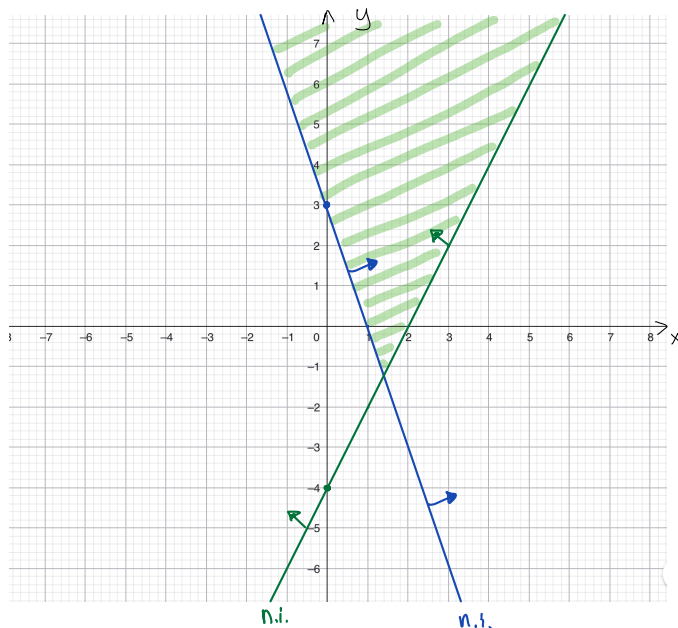
$$y = -3x + 3$$

. test(0;0) : $0 > 3$ non.

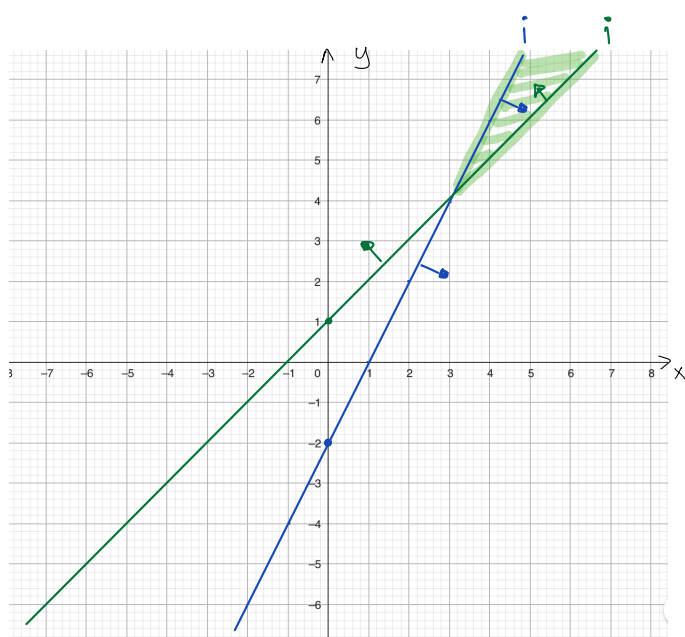
②. $2x - y = 4$

$$2x - 4 = y \Leftrightarrow y = 2x - 4$$

. test(0;0) : $0 < 4$ oui



b)



$$\begin{cases} -2x + y \leq -2 & \textcircled{1} \\ -x + y \geq 1 & \textcircled{2} \end{cases}$$

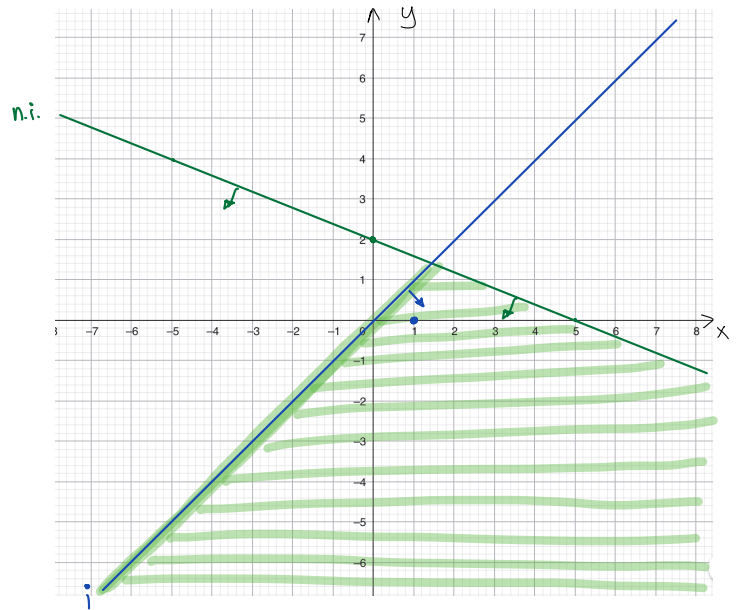
①. $-2x + y = -2$
 $y = 2x - 2$
 • test(0;0): $0 \leq -2$ non.

②. $-x + y = 1$
 $y = x + 1$
 • test(0;0): $0 \geq 1$ non

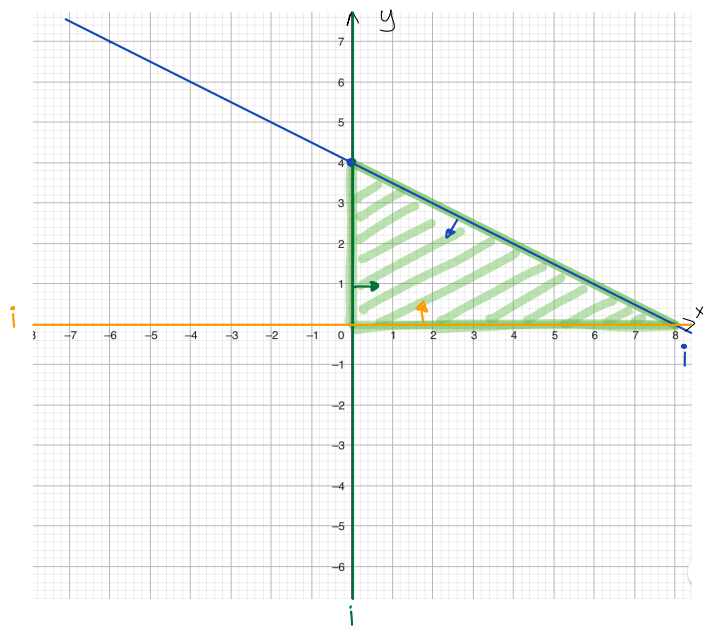
c) $\begin{cases} x - y \geq 0 & \textcircled{1} \\ 2x + 5y < 10 & \textcircled{2} \end{cases}$

①. $x - y = 0$
 $y = x$
 • test(0;0): $0 \geq 0$ pas un bon choix
 (1;0): $1 - 0 \geq 0$ oui

②. $2x + 5y = 10$
 $5y = -2x + 10$
 $y = -\frac{2}{5}x + 2$
 • test(0;0): $0 < 10$ oui



d)



$$\begin{cases} x + 2y \leq 8 & \textcircled{1} \\ x \geq 0 & \textcircled{2} \\ y \geq 0 & \textcircled{3} \end{cases}$$

①. $x + 2y = 8$
 $2y = -x + 8$
 $y = -\frac{1}{2}x + 4$
 • test(0;0): $0 \leq 8$ oui

②. $x = 0$ c'est l'axe Oy
 • $x \geq 0$ donc $x = 1; 2; 3, \dots$ par exple
 donc à droite de l'axe Oy

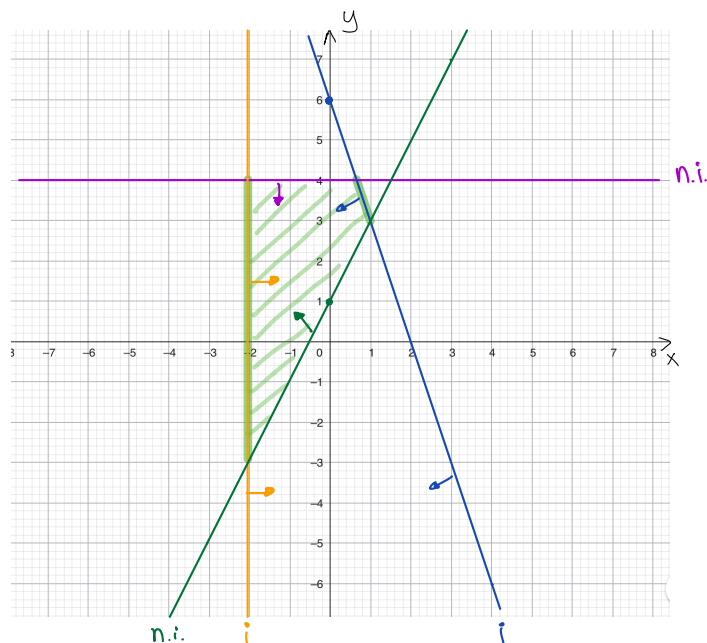
③. $y = 0$ c'est l'axe Ox
 • $y \geq 0$ donc $y = 1; 2; 3, \dots$ par exple
 donc au-dessus de l'axe Ox

$$e) \begin{cases} 3x+y \leq 6 & \textcircled{1} \\ -2x+y > 1 & \textcircled{2} \\ x \geq -2 & \textcircled{3} \\ y < 4 & \textcircled{4} \end{cases}$$

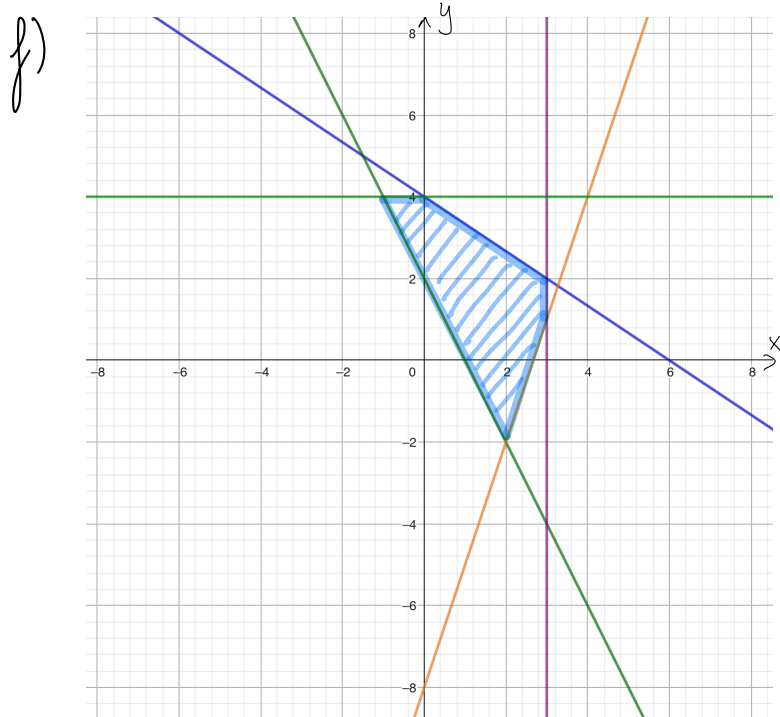
① . $3x+y=6$
 $y = -3x+6$
 . test $(0;0)$: $0 \leq 6$ oui

② . $-2x+y=1$
 $y = 2x+1$
 . test $(0;0)$: $0 > 1$ non.

③ . $x=-2$ droite verticale passant par $(0;-2)$
 . test $(0;0)$: $0 \geq -2$ oui



④ . $y=4$ droite horizontale passant par $(4;0)$
 . test $(0;0)$: $0 < 4$ oui



$$f) \begin{cases} 2x+3y \leq 12 & \textcircled{1} \\ 2x+y \geq 2 & \textcircled{2} \\ 3x-y \leq 8 & \textcircled{3} \\ x \leq 3 & \textcircled{4} \\ y \leq 4 & \textcircled{5} \end{cases}$$

à gauche de $x=3$
 en dessous de $y=4$

① . $2x+3y=12$
 $y = -\frac{2}{3}x+4$
 . $(0;0)$: $0 \leq 12$ oui

② . $2x+y=2$
 $y = -2x+2$
 . $(0;0)$: $0 \geq 2$ non

③ . $3x-y=8$
 $y = 3x-8$
 . $(0;0)$: $0 \leq 8$ oui

Ex 1.3

$$a) \begin{cases} 3x+y=3 \\ 2x-y=4 \end{cases} \begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array}$$

$$5x = 7$$

$$x = \frac{7}{5}$$

on substitue dans la 1^{ère} équation

$$\Rightarrow 3 \cdot \frac{7}{5} + y = 3 \Leftrightarrow y = 3 - \frac{21}{5} = \frac{15}{5} - \frac{21}{5} = -\frac{6}{5} \Rightarrow \underline{S_1(\frac{7}{5}; -\frac{6}{5})}$$

$$b) \begin{cases} -2x+y=-2 \\ -x+y=1 \end{cases} \begin{array}{l} -1 \\ 1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 2x-y=2 \\ + \quad -x+y=1 \\ \hline x=3 \end{array}$$

dans 2^e

$$\Rightarrow -3+y=1 \Leftrightarrow y=4$$

$$\Rightarrow \underline{S_1(3;4)}$$

$$c) \begin{cases} x-y=0 \\ 2x+5y=10 \end{cases} \begin{array}{l} 5 \\ 1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 5x-5y=0 \\ + \quad 2x+5y=10 \\ \hline 7x=10 \end{array}$$

$$7x = 10$$

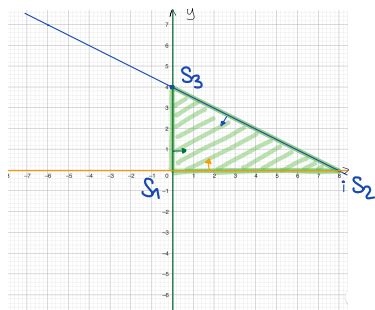
$$x = \frac{10}{7}$$

dans 1^{ère}

$$\Rightarrow \frac{10}{7} - y = 0 \Leftrightarrow y = \frac{10}{7}$$

$$\Rightarrow \underline{S_1(\frac{10}{7}; \frac{10}{7})}$$

d)



$$S_1: \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \underline{S_1(0;0)}$$

$$S_2: \begin{cases} x+2y=8 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{S_2(8;0)}$$

$$S_3: \begin{cases} x=0 \\ x+2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2y=8 \Leftrightarrow y=4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{S_3(0;4)}$$

$$e) S_1: \begin{cases} x=-2 \\ -2x+y=1 \end{cases} \Rightarrow 4+y=1 \Leftrightarrow y=-3 \Rightarrow \underline{S_1(-2;-3)}$$

$$S_2: \begin{cases} 3x+y=6 \\ -2x+y=1 \end{cases} \begin{array}{l} 1 \\ -1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 3x+y=6 \\ + \quad -2x+y=1 \\ \hline 5x=5 \end{array}$$

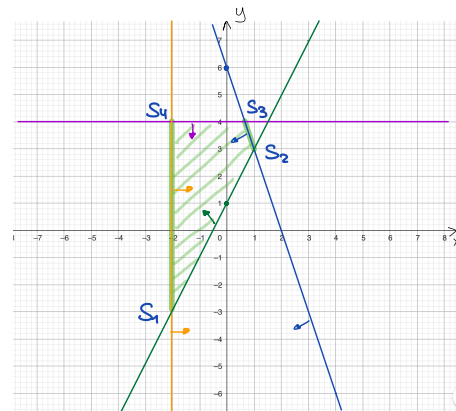
$$5x = 5$$

$$x = 1$$

dans 2^e

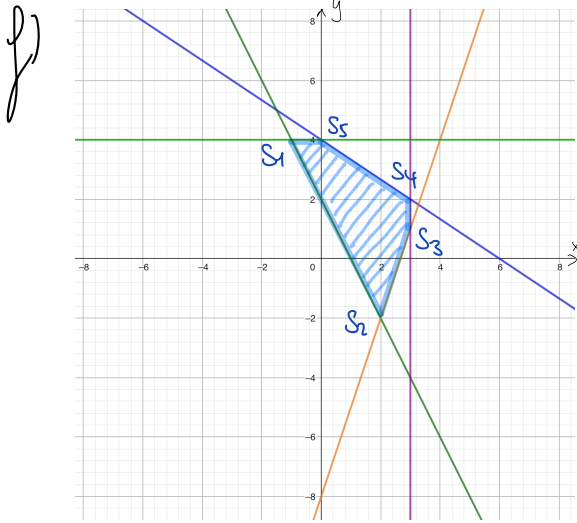
$$\Rightarrow -2+y=1 \Leftrightarrow y=3$$

$$\Rightarrow \underline{S_2(1;3)}$$



$$S_3 : \begin{cases} 3x+y=6 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow 3x+4=6 \Leftrightarrow x=2/3 \Rightarrow \underline{S_3(2/3; 4)}$$

$$S_4 : \begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow \underline{S_4(-2; 4)}$$



$$S_1 : \begin{cases} 2x+y=2 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow 2x+4=2 \Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow \underline{S_1(-1; 4)}$$

$$S_2 : \begin{cases} 2x+y=2 \\ 3x-y=8 \end{cases} \begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array}$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

dans $4+y=2 \Leftrightarrow y=-2$ $\Rightarrow \underline{S_2(2; -2)}$

$$S_3 : \begin{cases} x=3 \\ 3x-y=8 \end{cases} \Rightarrow 9-y=8 \Leftrightarrow y=1 \Rightarrow \underline{S_3(3; 1)}$$

$$S_4 : \begin{cases} x=3 \\ 2x+3y=12 \end{cases} \Rightarrow 6+3y=12 \Leftrightarrow y=2 \Rightarrow \underline{S_4(3; 2)}$$

$$S_5 : \begin{cases} 2x+3y=12 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow 2x+12=12 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow \underline{S_5(0; 4)}$$

Ex 1.4

Voir théorie

Ex 1.5

$f(x,y) = 6x + 5y$ sous les contraintes

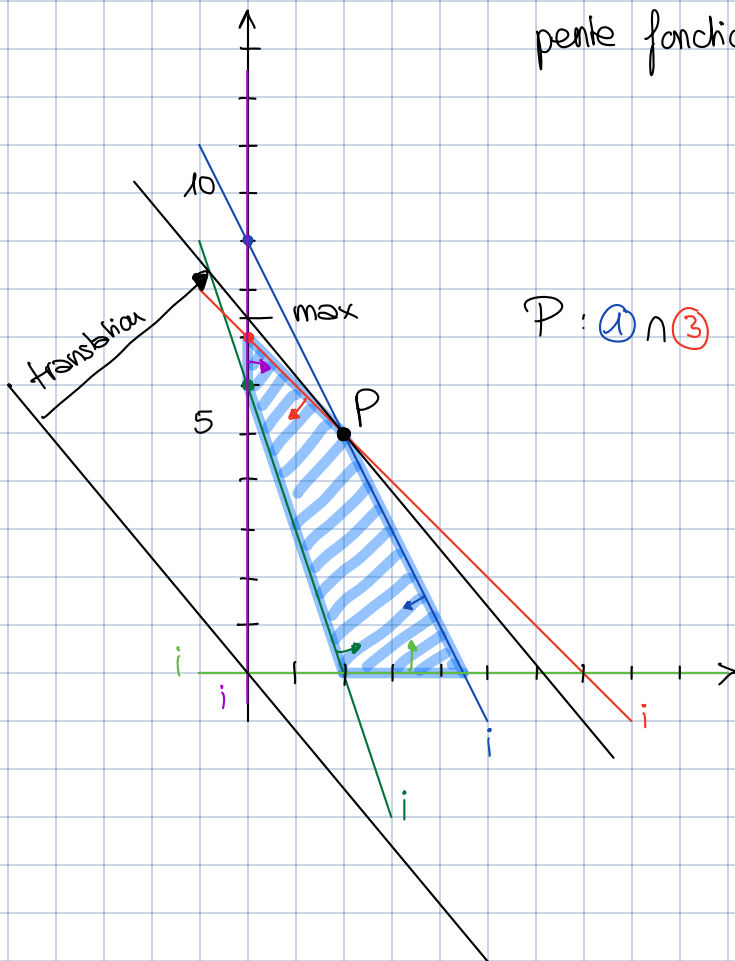
$$\begin{cases} 2x + y \leq 9 & \textcircled{1} \\ 3x + y \geq 6 & \textcircled{2} \\ 2x + 2y \leq 14 & \textcircled{3} \\ x \geq 0 & \textcircled{4} \\ y \geq 0 & \textcircled{5} \end{cases}$$

① $2x + y = 9$
 $y = -2x + 9$
test(0;0): $0 \leq 9$ oui

② $3x + y = 6$
 $y = -3x + 6$
test(0;0): $0 \geq 6$ non

③ $2x + 2y = 14 \quad | :2$
 $x + y = 7$
 $y = -x + 7$
test(0;0): $0 \leq 14$ oui

pente fonction objectif : $6x + 5y = 0$
 $5y = -6x$
 $y = -\frac{6}{5}x$



P : ① $\cap$ ③ : $-2x + 9 = -x + 7$
 $-x = -2$
 $x = 2$ dans ③ $\Rightarrow y = -2 + 7 = 5 \Rightarrow P(2,5)$

$\Rightarrow \underline{f(2,5) = 6 \cdot 2 + 5 \cdot 5 = 37}$

Ex 1.6

$$f(x,y) = 4x - 2y$$

et

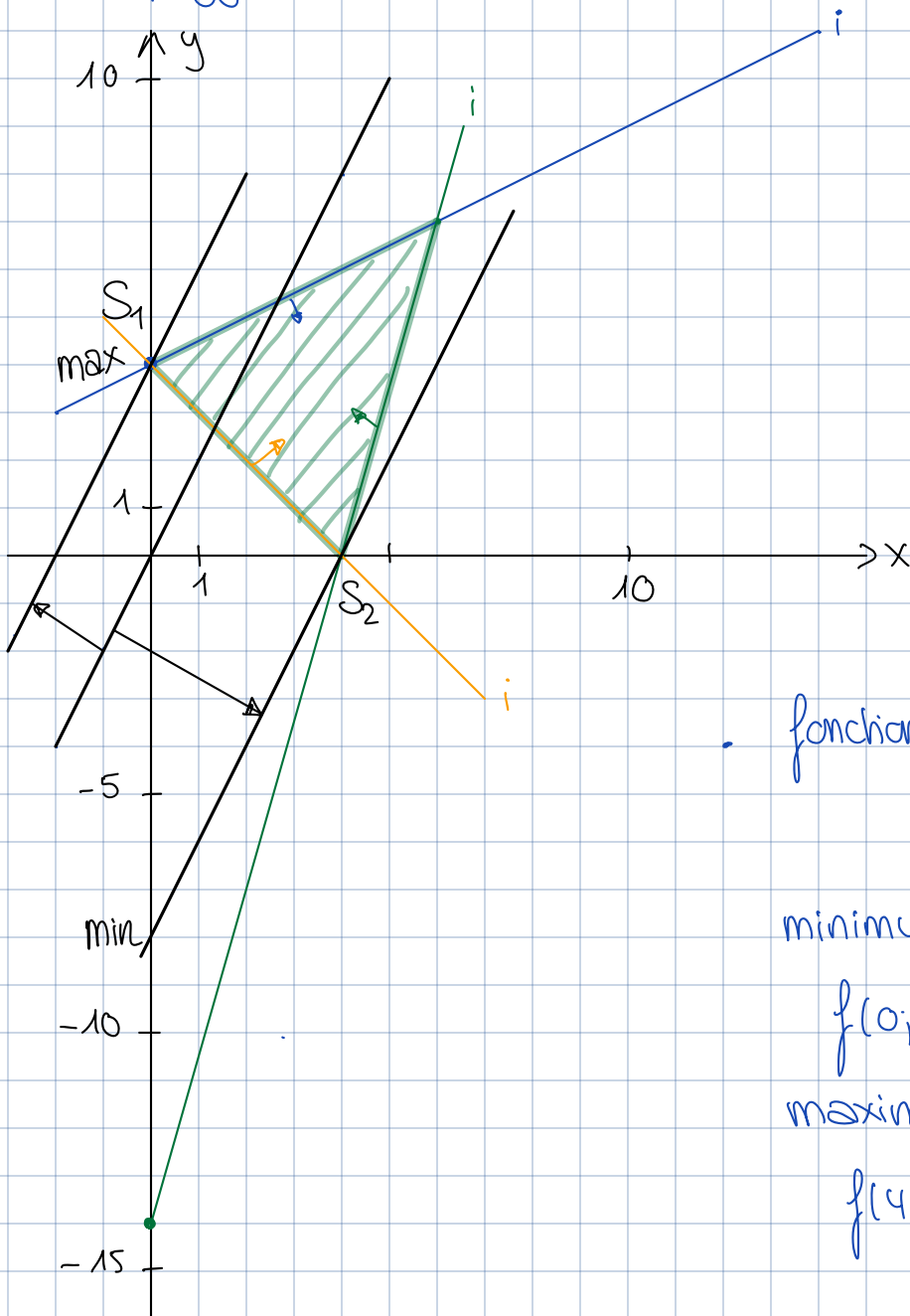
$$\begin{cases} x - 2y \geq -8 \\ 7x - 2y \leq 28 \\ x + y \geq 4 \end{cases}$$

① droite incluse

② droite incluse

③ droite incluse

• polygone des contraintes :



①. $x - 2y = -8$

$$-2y = -x - 8$$

$$y = \frac{1}{2}x + 4$$

• $(0;0) : 0 \geq -8$ oui

②. $7x - 2y = 28$

$$y = \frac{7}{2}x - 14$$

• $(0;0) : 0 \leq 28$ oui

③. $x + y = 4$

$$y = -x + 4$$

• $(0;0) : 0 \geq 4$ non

• fonction objectif :

$$4x - 2y = 0 \Leftrightarrow y = 2x$$

minimum : $S_1(0;4)$

$$f(0;4) = 4 \cdot 0 - 2 \cdot 4 = \underline{-8}$$

maximum : $S_2(4;0)$

$$f(4;0) = 4 \cdot 4 - 2 \cdot 0 = \underline{16}$$

Ex 1.7

a)

	x (A)	y (B)	max	contraintes
heure de travail	x	2y	80	$x+2y \leq 80$
kg de métal	3x	2y	120	$3x+2y \leq 120$
contraintes	$x \geq 0$	$y \geq 0$		

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+2y \leq 80 \\ 3x+2y \leq 120 \end{cases}$$

fonction objectif : $f(x,y) = 50x + 20y$

b)

① $x+2y=80 \Leftrightarrow y=-\frac{1}{2}x+40$
test(0;0): $0 \leq 80$? oui

② $3x+2y=120 \Leftrightarrow y=-\frac{3}{2}x+60$
test(0;0): $0 \leq 120$? oui

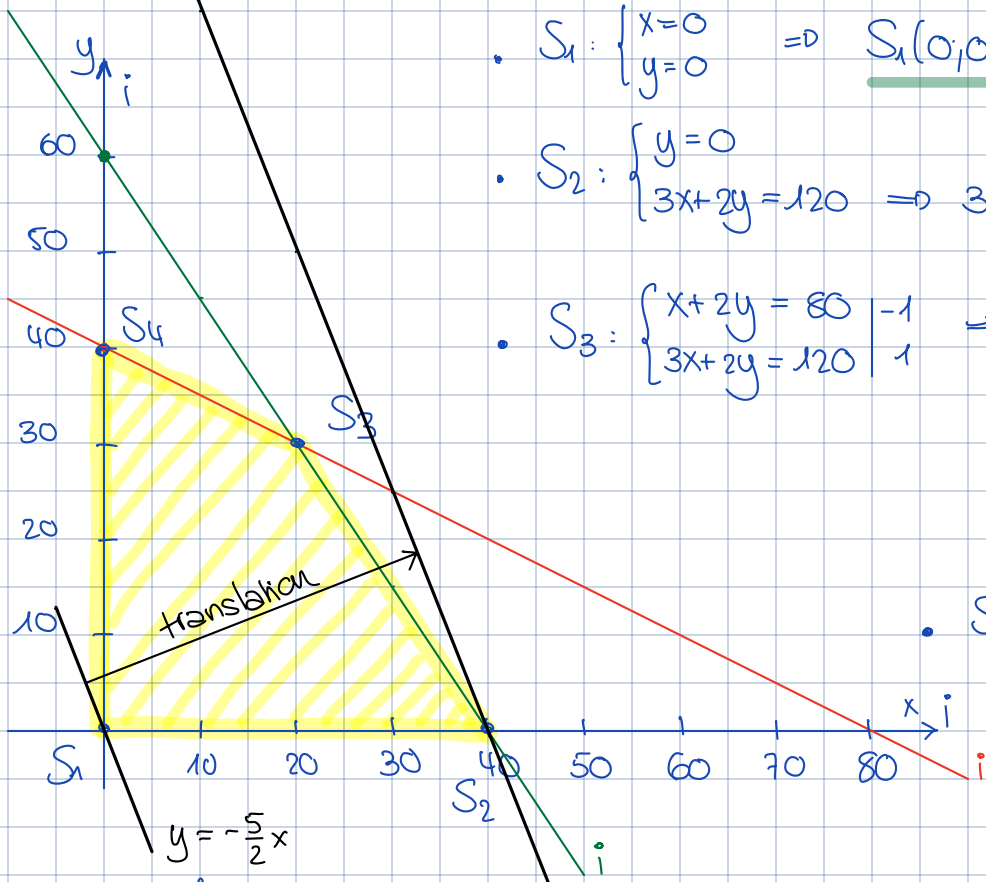
• $S_1: \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \underline{S_1(0,0)}$

• $S_2: \begin{cases} y=0 \\ 3x+2y=120 \end{cases} \Rightarrow 3x=120 \Rightarrow x=40 \Rightarrow \underline{S_2(40,0)}$

• $S_3: \begin{cases} x+2y=80 \\ 3x+2y=120 \end{cases} \begin{array}{l} -1 \\ 1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} -x-2y=-80 \\ 3x+2y=120 \\ \hline 2x=40 \\ x=20 \end{array}$
 $\begin{array}{l} 20+2y=80 \\ 2y=60 \\ y=30 \end{array} \Rightarrow \underline{S_3(20,30)}$

• $S_4: \begin{cases} x=0 \\ x+2y=80 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} 2y=80 \\ y=40 \end{array}$

$\Rightarrow \underline{S_4(0,40)}$



c) $f(x,y) = 50x + 20y = 0$
 $20y = -50x$
 $y = -\frac{5}{2}x$

$S_2(40,0)$ est le point qui maximise la fonction objectif f .

et $f(40,0) = 50 \cdot 40 + 20 \cdot 0 = 2000$

Il faut fabriquer 40 boîtes de type A et aucune boîte B,
pour un profit maximal de 2000 CHF.

Ex 1.8

Soit x le nbre d'automobiles et y le nbre de camions.

	x	y	Max	contraintes
nbre jours atelier A	$2x$	$5y$	180	$2x+5y \leq 180$
nbre jours atelier B	$3x$	$3y$	135	$3x+3y \leq 135$
contraintes	$x \geq 0$	$y \geq 0$		

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x+5y \leq 180 \quad \textcircled{1} \\ 3x+3y \leq 135 \quad \textcircled{2} \end{cases}$$

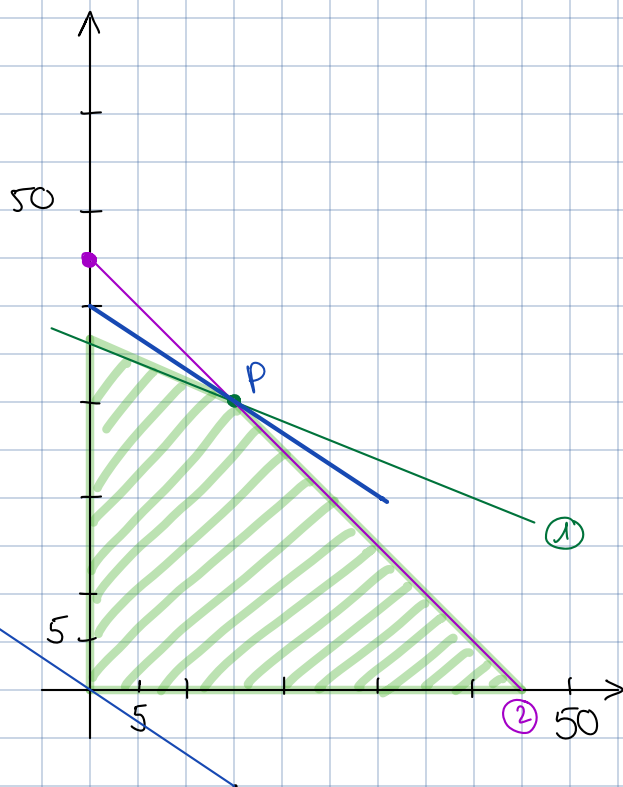
toutes les droites sont incluses.

$$\textcircled{1} \cdot 2x+5y=180 \\ y = -\frac{2}{5}x + 36$$

$$\cdot (0,0) : 0 \leq 180? \text{ oui}$$

$$\downarrow \\ \text{si } x=15 : y = -\frac{2}{5} \cdot 15 + 36 = 30 \\ \text{passe par } (15; 30)$$

$$\textcircled{2} \cdot 3x+3y=135 \quad | :3 \\ x+y=45 \\ y = -x+45 \\ \cdot \text{ test } (0,0) : 0 \leq 135? \text{ oui}$$



a) fonction objectif : $f(x,y) = 2000x + 3000y$

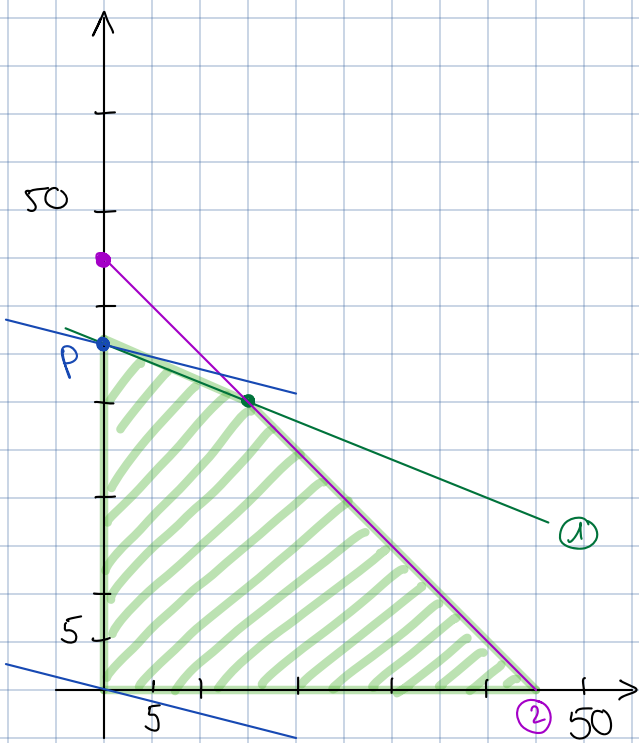
$$2000x + 3000y = 0 \\ y = -\frac{2}{3}x$$

$$P: \textcircled{1} \cap \textcircled{2} \quad -\frac{2}{5}x + 36 = -x + 45 \quad | \cdot 5 \\ -2x + 180 = -5x + 225 \\ 3x = 45 \\ x = 15 \Rightarrow y = 30$$

$$\Rightarrow P(15; 30)$$

$$f(15; 30) = 2000 \cdot 15 + 3000 \cdot 30 = 120'000$$

Il doit produire 15 automobiles et 30 camions pour un profit maximal de 120'000 francs.



b) fonction objectif : $f(x; y) = 1000x + 4000y$

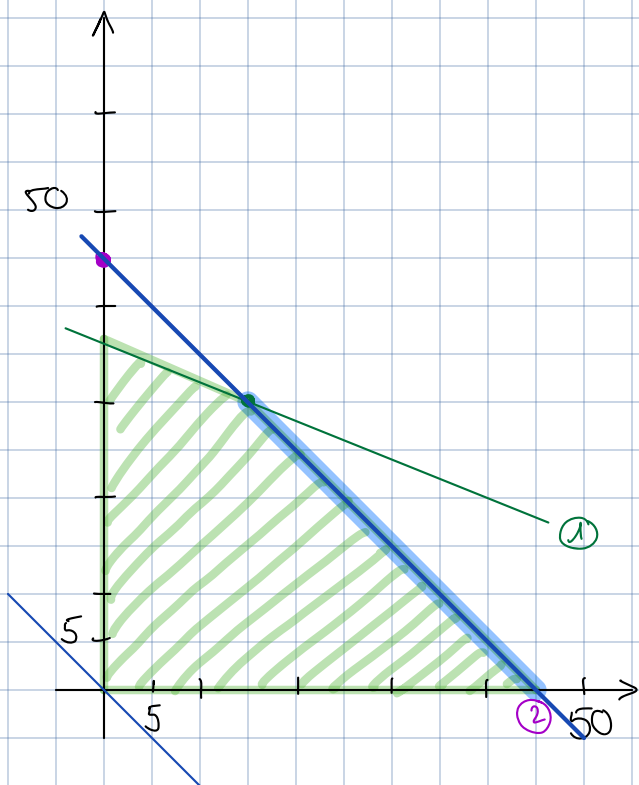
$$1000x + 4000y = 0$$

$$y = -\frac{1}{4}x$$

$$P: \begin{cases} x=0 \\ y=36 \end{cases} \Rightarrow P(0; 36)$$

$$f(0; 36) = 1000 \cdot 0 + 4000 \cdot 36 = 144'000$$

Il doit produire 36 camions pour un profit maximal de 144'000 francs.



c) fonction objectif : $f(x; y) = 2000x + 2000y$

$$2000x + 2000y = 0$$

$$y = -x$$

P: tous les points de la droite $2x + 5y = 180$ (2)

x compris entre 15 et 45

$$\text{et } y = -x + 45$$

Il doit produire par exemple 15 automobiles et 30 camions

ou 16 automobiles et 29 camions ou ...