

2. Équations de cercles particuliers

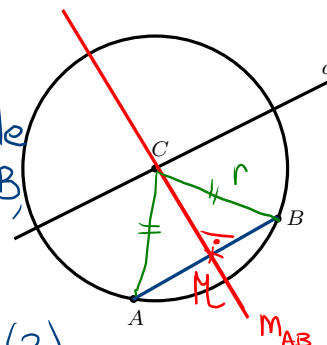
2.1 Cercle circonscrit à un triangle (passant par trois points non alignés)

Exemple d'introduction

Déterminer l'équation cartésienne du cercle passant par $A(5; -4)$ et $B(17; 2)$ et dont le centre est sur la droite $d : x - 2y + 7 = 0$.

Le centre est à égal distance de A et de B.

Comme la médiatrice de AB est l'ensemble des points qui sont à égal distance de A et B, alors C est sur la médiatrice de AB.



$$1) \vec{AB} = \begin{pmatrix} 17-5 \\ 2+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix} = 6 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow m_{AB} : 2x + y + C = 0$$

$$M_{AB} \text{ milieu de } AB : M_{AB} \left(\frac{5+17}{2} ; \frac{-4+2}{2} \right) = (11; -1) \in m_{AB}$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} 2 \cdot 11 - 1 + C = 0 \\ C = -21 \end{matrix} \Rightarrow \underline{m_{AB} : 2x + y - 21 = 0}$$

$$2) C : m_{AB} \cap d$$

$$\begin{cases} x - 2y = -7 \\ 2x + y = 21 \end{cases} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \Rightarrow + \begin{array}{r} x - 2y = -7 \\ 4x + 2y = 42 \\ \hline 5x = 35 \end{array}$$

$$x = 7 \Rightarrow \begin{array}{l} 2 \cdot 7 + y = 21 \\ y = 7 \end{array}$$

$$\Rightarrow C(7; 7)$$

$$\Rightarrow \gamma : (x-7)^2 + (y-7)^2 = r^2$$

$$A(5; -4) \in \gamma : (5-7)^2 + (-4-7)^2 = 4 + 121 = 125 = r^2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\gamma : (x-7)^2 + (y-7)^2 = 125}}$$

Soit un **cercle circonscrit** à un triangle,

- son centre C est le point d'intersection des 3 médiatrices du triangle,
- son rayon est la distance du centre à un sommet du triangle.

ex 2.1.2 h) i)