

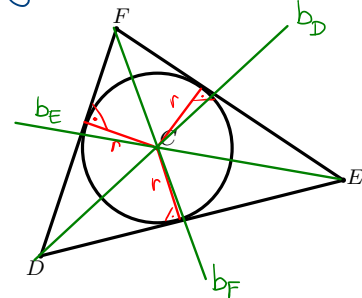
2.2 Cercle inscrit dans un triangle (tangent à trois droites)

Soit un **cercle inscrit** dans un triangle,

- son centre **C** est le **point d'intersection des bissectrices intérieures** du triangle.

Le centre se trouve à **égale distance** des côtés du triangle.

Comme les bissectrices sont des droites **équidistantes** des côtés du triangle, alors le centre se trouve sur les bissectrices (intérieures).

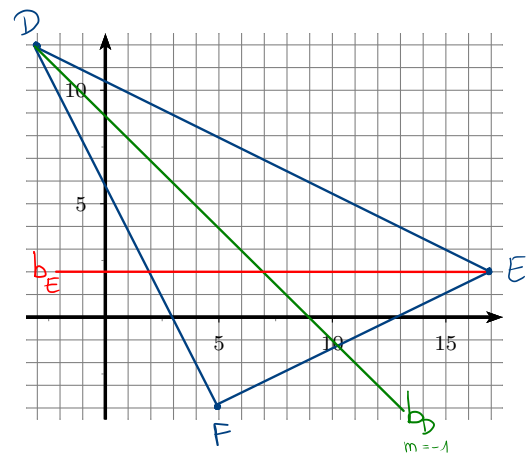


- son rayon **r** est la **distance du centre aux côtés du triangle** (ou aux droites).

Exemple

Déterminer l'équation du cercle inscrit dans le triangle DEF donné par
 $(DF) : 2x + y - 6 = 0$, $(EF) : x - 2y - 13 = 0$ et $(DE) : x + 2y - 21 = 0$
 ainsi que $D(-3; 12)$, $E(17; 2)$ et $F(5; -4)$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad b_D: \frac{2x+y-6}{\sqrt{4+1}} &= \pm \frac{x+2y-21}{\sqrt{1+4}} \quad | \cdot \sqrt{5} \\ 2x+y-6 &= \pm (x+2y-21) \\ + \quad \begin{cases} 2x+y-6 = x+2y-21 \\ \Leftrightarrow x-y+15 = 0 \end{cases} & \quad m = -\frac{a}{b} = -\frac{-1}{-1} = 1 \quad \text{X} \\ - \quad \begin{cases} 2x+y-6 = -x-2y+21 \\ \Leftrightarrow 3x+3y-27 = 0 \\ \Leftrightarrow x+y-9 = 0 \end{cases} & \quad m = -\frac{1}{1} = -1 \quad \checkmark \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \bullet \quad b_E: \frac{x-2y-13}{\sqrt{1+4}} &= \pm \frac{x+2y-21}{\sqrt{1+4}} \quad | \cdot \sqrt{5} \\ x-2y-13 &= \pm (x+2y-21) \\ + \quad \begin{cases} x-2y-13 = x+2y-21 \\ \Leftrightarrow -4y+8 = 0 \\ \Leftrightarrow y-2 = 0 \\ \Leftrightarrow y = 2 \end{cases} & \quad \text{droite horizontale } m=0 \\ - \quad & \quad \text{inutile dans ce cas} \end{aligned}$$

$$\bullet \quad C = b_D \cap b_E : \begin{cases} x+y-9 = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow x+2-9 = 0 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow C(7; 2)$$

$$\bullet \quad r = \delta(C; (DF)) = \frac{|2 \cdot 7 + 2 - 6|}{\sqrt{1+4}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5} \Rightarrow r^2 = (2\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 5 = 20$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\gamma : (x-7)^2 + (y-2)^2 = 20}}$$