

3. Positions relatives

3.1 Position relative d'une droite et d'un cercle

Soit γ un cercle de centre C et de rayon r et une droite d .

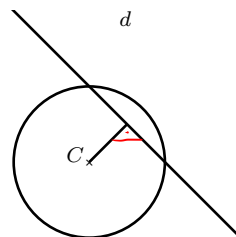
Pour situer la droite d par rapport au cercle γ , on calcule la distance entre le centre C et la droite d puis on la compare avec le rayon r .

Trois situations peuvent se présenter :

1. La droite et le cercle sont **sécants**

$$\delta(C; d) < r$$

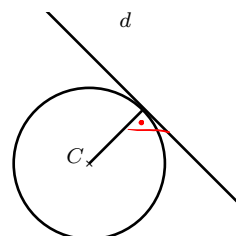
2 points d'intersection



2. La droite et le cercle sont **tangents**

$$\delta(C; d) = r$$

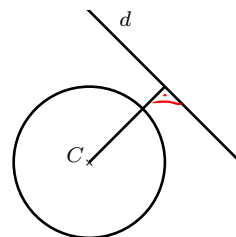
1 point d'intersection



3. La droite et le cercle sont **disjoints**

$$\delta(C; d) > r$$

aucun point d'intersection



Exemple

Déterminer la position relative de $d : x - 2y + 1 = 0$ et $\gamma : (x + 1)^2 + (y - 5)^2 = 25$.

$C(-1; 5)$ et $r = 5$ u

$$\delta(C; d) = \frac{|-1 - 2 \cdot 5 + 1|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{|-10|}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5} \approx 4,47 < r$$

Déterminer, s'il y a lieu, le(s) point(s) d'intersection de d et γ .

$\Rightarrow$ sécants

$$d \cap \gamma : \begin{cases} (x+1)^2 + (y-5)^2 = 25 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 10y + 1 = 0 \\ x = 2y - 1 \end{cases}$$

par substitution : $(2y-1)^2 + y^2 + 2(2y-1) - 10y + 1 = 0$

$$4y^2 - 4y + 1 + y^2 + 4y - 2 - 10y + 1 = 0$$

$$5y^2 - 10y = 0$$

$$5y(y-2) = 0$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} 0 \Rightarrow x = 2 \cdot 0 - 1 = -1 \Rightarrow \underline{\underline{I(-1; 0)}} \\ 2 \Rightarrow x = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{J(3; 2)}} \end{cases}$$