

Factorisation (suite)

3. Trinôme : $ax^2 + bx + c$

3.1 unitaire : $a = 1 \Rightarrow x^2 + bx + c = (x + \alpha)(x + \beta)$

Il faut
trouver les
2 nombres
 α et β

Si on effectue $(x + \alpha)(x + \beta) = x^2 + \alpha x + \beta x + \alpha\beta$
 $= x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = b \\ \alpha \cdot \beta = c \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{somme des 2 nombres} \\ \text{produit " " "} \end{array}$$

méthode somme-produit

Exple : 1) $x^2 + 11x + 24 = (x + 3)(x + 8)$

$\downarrow \quad \downarrow$
 $S: \alpha + \beta \quad P: \alpha \cdot \beta$
 $3 + 8 \checkmark \quad \begin{array}{l} 1 \cdot 24 \\ 2 \cdot 12 \\ 3 \cdot 8 \checkmark \\ 4 \cdot 6 \end{array}$

2) $x^2 - 3x - 10 = (x + 2)(x - 5)$

$\uparrow \quad \uparrow$
 $S: -3 \quad P: -10$
 $2 + (-5) \checkmark \quad \begin{array}{l} 1 \cdot -10 \\ 2 \cdot 5 \rightarrow 2 \cdot (-5) \end{array}$

3) $2x^2 - 16x + 24 = 2(x^2 - 8x + 12) = 2(x - 2)(x - 6)$

ex 2.2.4
a) $\rightarrow$ d)
g) j) m)

3.2 général ax^2+bx+c

Rappel : $ax^2+bx+c=0$ $a \neq 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{si } \Delta > 0 \quad 2 \text{ solutions}$$

$$x = \frac{-b}{2a} \quad \text{si } \Delta = 0 \quad 1 \text{ solution}$$

$$\text{pas de solution} \quad \text{si } \Delta < 0$$

exemple : $5x^2 - 4x - 1 = 0$ $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1) = 16 + 20 = 36 > 0$
 $\Rightarrow 2 \text{ sol.}$

$$x_{1,2} = \frac{+4 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 5} = \frac{4 \pm 6}{10} = \begin{cases} \frac{10}{10} = 1 \\ -\frac{2}{10} = -\frac{1}{5} \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Ces solutions sont} \\ \text{appelées les} \\ \text{zéros du polynôme.} \end{array} \right.$$

ex 2.5.2
résoudre les
équations $p(x)=0$
 $\rightarrow$ e)

Le polynôme factorisé doit avoir les mêmes zéros : 1 et $-\frac{1}{5}$

$(x-1)(x+\frac{1}{5})$ ce polynôme a les mêmes zéros que $5x^2-4x-1$.

$$5x^2 - 4x - 1 \stackrel{?}{=} (x-1)(x+\frac{1}{5})$$

si j'effectue :

$$\begin{aligned} & x^2 - x + \frac{1}{5}x - \frac{1}{5} \\ &= x^2 - \frac{5}{5}x + \frac{1}{5}x - \frac{1}{5} \\ &= x^2 - \frac{4}{5}x - \frac{1}{5} \end{aligned}$$

les deux polynômes ont les
mêmes zéros mais ne sont pas
égaux.

mais $5x^2 - 4x - 1 = 5(x-1)(x+\frac{1}{5})$

$$= (x-1)(5x+1)$$

✓ ces polynômes sont égaux.