3.2 Trinôme du 2e degré : ou mét. du discriminant

Rappel : $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ $\quad \Delta = b^2-4ac$

$\Rightarrow \quad x = \dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Delta>0$; 2 sol
$\Delta=0$; 1 sol
$\Delta<0$; pas de sol.

exemple : $5x^2-4x-1=0$ $\quad \Delta = 16+20 = 36 > 0$

$\Rightarrow \quad x = \dfrac{4\pm 6}{10} = \begin{cases} 1 \\ -2/10 = -1/5 \end{cases}$

les solutions sont aussi appelées les zéros du polynome $5x^2-4x-1$

L'expression factorisée doit garder les mêmes zéros 1 et $-\frac{1}{5}$

or $(x-1)(x+\frac{1}{5})$ a comme zéro 1 et $-\frac{1}{5}$ ✓

mais $= x^2-x+\frac{1}{5}x-\frac{1}{5} = x^2-\frac{4}{5}x-\frac{1}{5} \neq 5x^2-4x-1 = 5(x-1)(x+\frac{1}{5})$

$= (x-1)(5x+1)$

Méthode : soit $p(x) = ax^2+bx+c$, $a\neq 0$

si $\Delta>0$ $\quad p(x)$ est factorisable : $p(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$

avec $x_{1,2} = \dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

si $\Delta=0$ $\quad p(x)$ est factorisable : $p(x) = a(x-x_1)^2$

avec $x_1 = \dfrac{-b}{2a}$

si $\Delta<0$ $\quad p(x)$ n'est pas factorisable.

exemples : 1) $6x^2-7x-3$ $\quad \Delta = 121 \quad \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{7\pm 11}{12} = \begin{cases} 18/12 = 3/2 \\ -4/12 = -1/3 \end{cases}$

$\Rightarrow \underbrace{6}_{2\cdot 3}(x-\tfrac{3}{2})(x+\tfrac{1}{3}) = (2x-3)(3x+1)$

2) $2x^2-3x+3$ $\quad \Delta = -15$ pas factorisable

3) $9x^2-6x+1$ $\quad \Delta = 0 \quad \Rightarrow x = \dfrac{6}{18} = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \underbrace{9}_{3\cdot 3}\underbrace{(x-\tfrac{1}{3})^2}_{(x-\frac{1}{3})(x-\frac{1}{3})} = (3x-1)^2$

Rem : quand $\Delta=0$ c'est un PR (après m.e.é ér.)
exple : $2x^2+4x+2$ $\quad \Delta=0$
$= 2(x^2+2x+1) = 2(x+1)^2$