

Equations polynomiales

degré 1 : $ax+b=0 \Leftrightarrow x=-\frac{b}{a} \quad a \neq 0 \quad (\text{isoler } x)$

degré 2 : $ax^2+bx+c=0 \quad a \neq 0$

- résolution par factorisation, en utilisant le principe que si un produit est nul alors un des facteurs est nul :

$$X \cdot Y = 0 \Leftrightarrow X=0 \text{ ou } Y=0$$

- résolution avec formule du Δ

degré 3 et plus : résolution par factorisation et on se ramène aux ^{cas} précédents

Exemples : a) $x^3 + 8x^2 = -15x$
 $x^3 + 8x^2 + 15x = 0$
 $x(x^2 + 8x + 15) = 0$
 $x(x+3)(x+5) = 0$
 $\swarrow \quad \downarrow \quad \searrow$
 $x=0 \quad x+3=0 \quad x+5=0$
 $\quad \quad x=-3 \quad \quad x=-5$

D'abord égaler à zéro puis
on factorise

$$\Rightarrow S = \{-5; -3; 0\}$$

b) $5x^2 - 40 = 0$
 $5(x^2 - 8) = 0$
 $5(x + \sqrt{8})(x - \sqrt{8}) = 0$
 $\downarrow \quad \searrow$
 $x + \sqrt{8} = 0 \quad x - \sqrt{8} = 0$
 $x = -\sqrt{8} \quad x = \sqrt{8}$

$$\Rightarrow S = \{\pm\sqrt{8}\}$$

ou $5x^2 = 40$
 $x^2 = 8 \quad | \sqrt{}$
 $x = \pm\sqrt{8}$

ou $\Delta = 0^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-40)$
 $= 800$

$$x_{1,2} = \frac{0 \pm \sqrt{800}}{10} = \frac{\pm \sqrt{100 \cdot 8}}{10}$$

$$= \frac{\pm 10\sqrt{8}}{10} = \pm\sqrt{8}$$

$$c) \quad \frac{1-8x}{2} - \frac{x^2-7}{4} + \frac{2x}{1} = 0$$

$$\frac{2(1-8x)}{4} - \frac{x^2-7}{4} + \frac{8x}{4} = 0$$

$$2(1-8x) - (x^2-7) + 8x = 0$$

$$2 - 16x - x^2 + 7 + 8x = 0$$

$$-x^2 - 8x + 9 = 0$$

$$-(x^2 + 8x - 9) = 0$$

$$-(x+9)(x-1) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ -9 & 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{-9; 1\}$$

$$d) \quad x^4 + x^3 - 27x = 27$$

$$\underline{x^4 + x^3 - 27x - 27} = 0$$

$$x^3(x+1) - 27(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^3-27) = 0$$

$$(x+1)(x-3)(\underbrace{x^2+3x+9}_{\Delta < 0}) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ -1 & 3 \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{-1; 3\}$$