

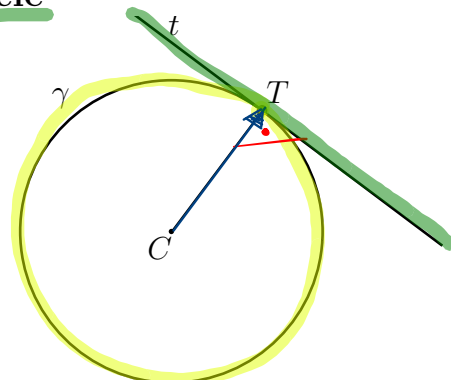
4. Tangente(s) à un cercle

4.1 Tangente passant par un point du cercle

Soit γ un cercle de centre C et de rayon r .
Soit T un point sur le cercle.

La tangente t au cercle γ au point T est la droite passant par T qui perpendiculaire au rayon CT .

$\overrightarrow{CT}$ est donc un vecteur normal à la droite t .



Exemple

Déterminer une équation cartésienne de la tangente à $\gamma : (x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$ passant par $T(6;2)$.

$$T \in \gamma : (6-2)^2 + (2+1)^2 \stackrel{?}{=} 25 \Leftrightarrow 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \quad \checkmark$$

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{CT} &= \begin{pmatrix} 6-2 \\ 2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \vec{n}_t \Rightarrow t : 4x + 3y + c = 0 \\ T(6;2) \in t &\Rightarrow 4 \cdot 6 + 3 \cdot 2 + c = 0 \\ &\quad c = -30 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \underline{t : 4x + 3y - 30 = 0}$$

Il existe aussi une méthode dite du **dédoublément** pour déterminer la tangente.

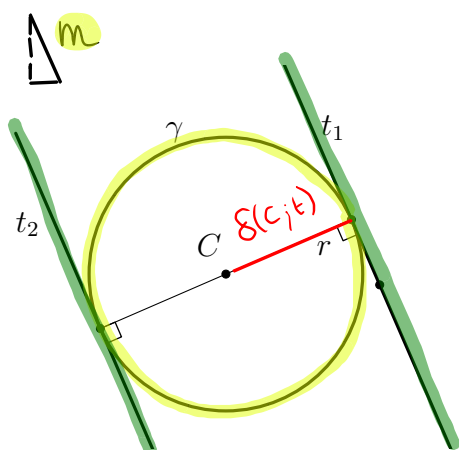
Si le cercle γ est donné par $(x - c_1)^2 + (y - c_2)^2 = r^2$ et le point T du cercle par $T(t_1; t_2)$, alors la tangente t à γ en T est d'équation : $t : (t_1 - c_1)(x - c_1) + (t_2 - c_2)(y - c_2) = r^2$

Reprenons l'exemple précédent

$$\begin{aligned} (x-2)^2 + (y+1)^2 &= 25 \\ (x-2)(x-2) + (y+1)(y+1) &= 25 \\ (6-2)(x-2) + (2+1)(y+1) &= 25 \\ 4(x-2) + 3(y+1) &= 25 \\ 4x - 8 + 3y + 3 &= 25 \Leftrightarrow \underline{4x + 3y - 30 = 0} \end{aligned}$$

Attention cette formule ne peut s'utiliser que si T est sur le cercle. Il est donc indispensable d'avoir étudié la position du point par rapport au cercle.

4.2 Tangentes de pente donnée



Soit γ un cercle de centre C et de rayon r .
Soit m un nombre réel positif.

Pour déterminer des équations des deux tangentes t_1 et t_2 de pente m :

1) on utilise la forme

$$\underline{y = mx + h} \Leftrightarrow mx - y + h = 0$$

2) et pour déterminer h on résout l'équation

$$\underline{\delta(C; t) = r}$$

Exemple

Déterminer les équations des tangentes à $\gamma : (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 20$ de pente $m = 2$.

$$1) \quad y = 2x + h \Leftrightarrow 2x - y + h = 0 \quad (1 \text{ inconnue } h)$$

$$2) \quad \delta(C; t) = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \quad \text{avec } C(-3; 2)$$

$$\frac{|2 \cdot (-3) - 2 + h|}{\sqrt{4 + 1}} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{|-8 + h|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \quad | \cdot \sqrt{5}$$

$$|-8 + h| = 2 \cdot 5 = 10$$

$$-8 + h = \begin{cases} 10 & \Leftrightarrow h = 18 \\ -10 & \Leftrightarrow h = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_1 : \underline{2x - y + 18 = 0} \\ t_2 : \underline{2x - y - 2 = 0} \end{cases}$$