

Comment factoriser :

$$2x^3 + 7x^2 + 8x + 3$$

$$x^2(2x+7) + (8x+3)$$

$$2x(x^2+4) + (7x^2+3)$$

(introduction à la division euclidienne)

X groupement X

X groupement X

On aimerait $2x^3 + 7x^2 + 8x + 3 = A \cdot B$

diviseurs du polynôme.

$$12 = 3 \cdot 4$$

$$12 = 2 \cdot 6$$

2, 3, 4 et 6 sont des diviseurs de 12

2.3 Division euclidienne

Rappel : $6481 \div 15$

$$\begin{array}{r} \text{dividende} \rightarrow 6481 \\ -60 \\ \hline 48 \\ -45 \\ \hline 31 \\ -30 \\ \hline 1 \leftarrow \text{reste} \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \leftarrow \text{diviseur} \\ \hline 432 \leftarrow \text{quotient} \end{array}$$

Egalité fondamentale : $6481 = 15 \cdot 432 + 1$

On applique le même algorithme pour diviser deux polynômes

Exple : $(x^3 - 3x^2 + 5x - 1) \div (x^2 - 1)$

dividende $\rightarrow$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x^2 + 5x - 1 & x^2 - 1 \text{ (diviseur)} \\ + (-x^3 \quad + x) & x - 3 \text{ (quotient)} \\ \hline -3x^2 + 6x - 1 & \\ + (+3x^2 \quad - 3) & \\ \hline 6x - 4 & \text{reste} \end{array}$$

$\Rightarrow$ égalité fondamentale :

$$x^3 - 3x^2 + 5x - 1 = (x^2 - 1)(x - 3) + 6x - 4$$

mais : 1) diviser le 1^{er} terme du dividende par le 1^{er} terme du diviseur

$$x^3 \div x^2 = x$$

2) multiplier le diviseur par le 1^{er} terme trouvé : $x \cdot \overbrace{(x^2 - 1)}^{\text{diviseur}} = x^3 - x$
et on soustrait ce résultat du dividende ou on additionne son opposé.

3) recommencer les étapes 1) et 2) avec le polynôme obtenu à l'étape 2) jusqu'à ce que le degré du reste soit inférieur au degré du diviseur

4) écrire l'égalité fondamentale : dividende = diviseur $\cdot$ quotient + reste.

Exple

$$\begin{array}{r}
 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 1 \\
 \underline{-2x^4 + 4x^3} \\
 x^3 + 4x^2 + 1 \\
 \underline{-x^3 + 2x^2} \\
 6x^2 + 1 \\
 \underline{-6x^2 + 12x} \\
 12x + 1 \\
 \underline{-12x + 24} \\
 25
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 x-2 \\
 \hline
 2x^3 + x^2 + 6x + 12
 \end{array}$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 1 = (x-2)(2x^3 + x^2 + 6x + 12) + 25$$

2.3.1

a)

$$\begin{array}{r}
 x^3 - 8x^2 + 16x - 5 \\
 \underline{-x^3 + 5x^2} \\
 -3x^2 + 16x - 5 \\
 \underline{+3x^2 - 15x} \\
 x - 5 \\
 \underline{-x + 5} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 x-5 \\
 \hline
 x^2 - 3x + 1
 \end{array}$$

$$\Rightarrow (x^3 - 8x^2 + 16x - 5) = (x-5)(x^2 - 3x + 1)$$