

Factorisation avec division euclidienne

Exple d'introduction : factoriser $p(x) = 2x^3 + 7x^2 + 8x + 3$

1. Recherche d'un zéro : candidats : $\pm 1, \pm 3$ (parmi les diviseurs du terme constant)

$$p(1) = 2 + 7 + 8 + 3 \neq 0$$

$$p(-1) = -2 + 7 - 8 + 3 = 0 \quad \checkmark$$

$\Rightarrow p(x)$ est divisible par $x+1$

2. Division par $x+1$ avec Horner

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & 7 & 8 & 3 \\ & & -2 & -5 & -3 \\ \hline & 2 & 5 & 3 & 0 \end{array}$$

3. Egalité fondamentale : $p(x) = (x+1)(2x^2 + 5x + 3)$

$$\Delta = 25 - 24 = 1$$

4. Terminer la factorisation.

$$x_{1/2} = \frac{-5 \pm 1}{4} = \begin{cases} -1 \\ -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow p(x) = (x+1) \cdot 2(x+1)\left(x + \frac{3}{2}\right)$$

$$= \underline{(x+1)^2(2x+3)}$$

Ex 2.3.15 a) factoriser $p(x) = 2x^4 - 3x^3 - 35x^2 - 9x + 45$ et $p(5)=0$
 $p(-3)=0$

Horner :

	2	-3	-35	-9	45
5		10	35	0	-45
	2	7	0	-9	0
-3		-6	-3	9	
	2	1	-3	0	

$$\Rightarrow p(x) = (x-5)(2x^3 + 7x^2 - 9)$$

$$\Rightarrow p(x) = (x-5)(x+3)(2x^2 + x - 3)$$
$$\Delta = 1 + 24$$
$$= 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{4} = \begin{cases} -\frac{3}{2} \\ 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow p(x) = (x-5)(x+3)(2x+3)(x-1)$$

Ex 2.3.15 b)

$$P(x) = 2x^4 - 9x^3 + 7x^2 + 6x$$

et 2 est un zéro.

$$= x(2x^3 - 9x^2 + 7x + 6)$$

Hornen :

2	2	-9	7	6
2		4	-10	-6
	2	-5	-3	0

$$\Rightarrow P(x) = x(x-2)(2x^2 - 5x - 3)$$

$\Delta = 25 + 24 = 49$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{4} = \begin{cases} 3 \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{P(x) = x(x-2)(x-3)(2x+1)}$$

ou Hornen directement

$$\Rightarrow P(x) = (x-2)(2x^3 - 5x^2 - 3x)$$