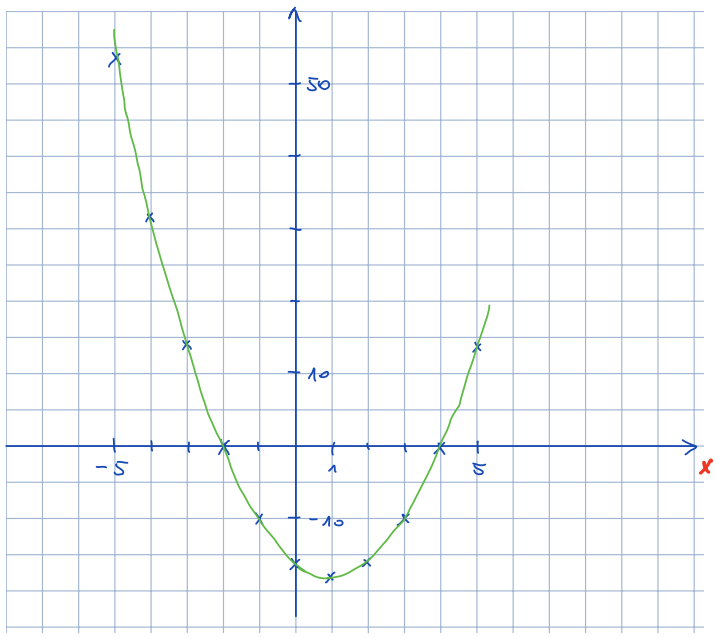
2.1 Soit les deux fonctions suivantes :

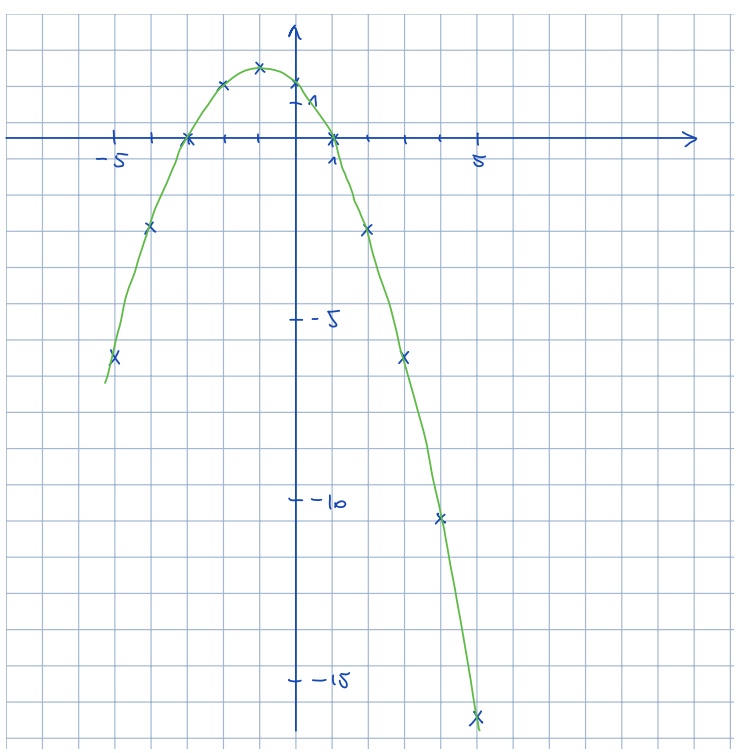
$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 2x^2 - 4x - 16 \end{array} \qquad g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & -0{,}5x^2 - x + 1{,}5 \end{array}$$

A l'aide d'un tableau de valeurs, de -5 à 5, tracer le graphique de chacune de ces deux fonctions.

X	$f(x) = 2x^2 - 4x - 16$
-5	$2\cdot(-5)^2 - 4\cdot(-5) - 16 = 54$
-4	32
-3	14
-2	0
-1	-10
0	-16
1	-18
2	-16
3	-10
4	0
5	14



X	$g(x) = -0{,}5x^2 - x + 1{,}5$
-5	$-0{,}5\cdot(-5)^2 - (-5) + 1{,}5 = -6$
-4	$-2{,}5$
-3	0
-2	$1{,}5$
-1	2
0	$1{,}5$
1	0
2	$-2{,}5$
3	-6
4	$-10{,}5$
5	-16



2.2 Déterminer, si elles existent, les intersections entre le graphe de chacune des fonctions et les axes de coordonnées.

a) $a(x) = x^2 + 12x + 35$

b) $b(x) = 12x^2 - 60x + 75$

c) $c(x) = -x^2 - 3 + 2x$

d) $d(x) = 10x^2 + 31x - 14$

e) $e(x) = x^2 + 6x + 9$

f) $f(x) = 25x - 25 - 6x^2$

g) $g(x) = 7x^2 - 252$

h) $h(x) = 7x^2 + 252$

a) ordonnée à l'origine : $a(0) = 35 \Rightarrow H(0;35)$

zéros : $x^2+12x+35=0$ $\quad \Delta = 12^2 - 4\cdot 1\cdot 35 = 4$

$x = \frac{-12 \pm \sqrt{4}}{2\cdot 1} = \frac{-12 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{-10}{2} = -5 \\ \frac{-14}{2} = -7 \end{cases} \Rightarrow Z_1(-5;0)$ et $Z_2(-7;0)$

ou Méthode Somme-Produit : $(x+7)(x+5)=0 \Rightarrow x=-7$ ou $x=-5$

b) ordonnée à l'origine : $b(0) = 75 \Rightarrow H(0;75)$

zéros : $12x^2 - 60x + 75 = 0$ $\quad \Delta = (-60)^2 - 4\cdot 12\cdot 75 = 0$

$x = \frac{-(-60)}{2\cdot 12} = \frac{60}{24} = \frac{5}{2} \Rightarrow Z\left(\frac{5}{2};0\right)$

c) ordonnée à l'origine : $c(0) = -3 \Rightarrow H(0;-3)$

zéros : $-x^2-3+2x=0 \Rightarrow -x^2+2x-3=0$ $\quad \Delta = 2^2 - 4\cdot(-1)\cdot(-3) = -8 < 0$

$\Rightarrow$ pas de zéro

d) ordonnée à l'origine : $d(0) = -14 \Rightarrow H(0;-14)$

zéros : $10x^2 + 31x - 14 = 0$ $\quad \Delta = 31^2 - 4\cdot 10\cdot(-14) = 1521$

$x = \frac{-31 \pm \sqrt{1521}}{2\cdot 10} = \frac{-31 \pm 39}{20} = \begin{cases} \frac{8}{20} = \frac{2}{5} \\ \frac{-70}{20} = -\frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow Z_1\left(\frac{2}{5};0\right)$ et $Z_2\left(-\frac{7}{2};0\right)$

e) ordonnée à l'origine : $e(0) = 9 \Rightarrow H(0;9)$

zéros : $x^2+6x+9=0$ $\quad \Delta = 6^2 - 4\cdot 1\cdot 9 = 0$

$x = \frac{-6}{2\cdot 1} = -3 \Rightarrow Z(-3;0)$

ou Produit remarquable : $(x+3)^2 = 0 \Rightarrow x = -3$

Exercice 2.2 (suite)

f) ordonnée à l'origine : $f(0) = -25 \Rightarrow H(0; -25)$

zéros : $25x - 25 - 6x^2 = 0 \Rightarrow -6x^2 + 25x - 25 = 0$ $\quad \Delta = 25^2 - 4 \cdot (-6) \cdot (-25) = 25$

$$x = \frac{-25 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot (-6)} = \frac{-25 \pm 5}{-12} = \begin{cases} \frac{-20}{-12} = \frac{5}{3} \\ \frac{-30}{-12} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow z_1\left(\frac{5}{3}; 0\right)$ et $z_2\left(\frac{5}{2}; 0\right)$

g) ordonnée à l'origine : $g(0) = -252 \Rightarrow H(0; -252)$

zéros : $7x^2 - 252 = 0$ $\quad \Delta = 0^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-252) = 7056$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{7056}}{2 \cdot 7} = \frac{\pm 84}{14} = \begin{cases} 6 \\ -6 \end{cases}$$

$\Rightarrow z_1(6; 0)$ et $z_2(-6; 0)$

ou $7x^2 = 252 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$

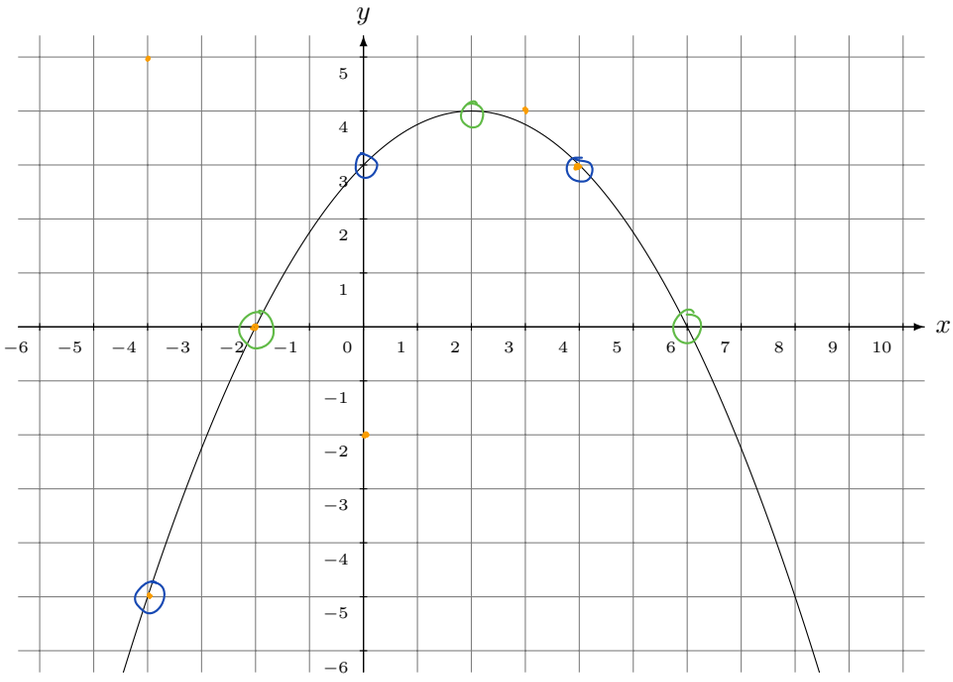
h) ordonnée à l'origine : $h(0) = 252 \Rightarrow H(0; 252)$

zéros : $7x^2 + 252 = 0$ $\quad \Delta = 0^2 - 4 \cdot 7 \cdot 252 = -7056 < 0$

$\Rightarrow$ pas de zéros

ou $7x^2 = -252 \Rightarrow x^2 = -36$ impossible

2.3 Soit f la fonction dont le graphe est donné ci-dessous.



a) Les points suivants appartiennent-ils au graphe de f ?

i) (4,3) oui
ii) (3,4) non
iii) $(-4,5)$ non
iv) $(-4,-5)$ oui
v) $(-2,0)$ oui
vi) $(0,-2)$ non

b) Trouver les coordonnées manquantes pour que les points appartiennent au graphe de f.

i) (4,..3..)
ii) $(-4,..-5..)$
iii) (0,..3..)
iv) (..-2..,0) ou (6;0)
v) (..2..,4)
vi) (.....,5) impossible

c) Donner les images.

i) $f(4)$ = 3
ii) $f(-4)$ = -5
iii) $f(0)$ = 3
iv) $f(-2)$ = 0
v) $f(8)$ = -5

d) Résoudre les équations.

i) $f(x) = -5$ S={-4;8}
ii) $f(x) = 5$ S = ∅
iii) $f(x) = 0$ S={-2;6}
iv) $f(x) = 3$ S={0;4}
v) $f(x) = 4$ S={2}
vi) $f(x) = 7$ S = ∅

2.4 Soit f la fonction donnée par $f(x) = x^2 + 2x - 15$.

a) Calculer.

i) $f(1)$
ii) $f(2)$
iii) $f(-3)$
iv) $f(0)$
v) $f\left(\frac{1}{2}\right)$
vi) $f\left(-\frac{7}{3}\right)$

b) Résoudre les équations.

i) $f(x) = 20$
ii) $f(x) = -7$
iii) $f(x) = -16$
iv) $f(x) = 0$
v) $f(x) = 5$
vi) $f(x) = -20$

c) Les points suivants appartiennent-ils au graphe de f ?

i) $(-12,1)$
ii) $(1,-12)$
iii) $(12,-1)$
iv) $(-4,-39)$
v) $(-4,-7)$
vi) $(0,-5)$
vii) $(-5,0)$
viii) $(0,0)$
ix) $\left(\frac{1}{2},-\frac{55}{4}\right)$

d) Trouver les coordonnées manquantes pour que les points appartiennent au graphe de f.

i) (1,.....)
ii) (2,.....)
iii) $\left(\frac{1}{2},\text{.....}\right)$
iv) (5,.....)
v) (−11,.....)
vi) (0,.....)
vii) (.....,0)
viii) (.....,20)
ix) (....., −7)
x) (.....,9)
xi) (....., −16)

a) i) $f(1) = 1^2 + 2\cdot 1 - 15 = -12$

ii) $f(2) = -7$

iii) $f(-3) = -12$

iv) $f(0) = -15$

v) $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{55}{4}$

vi) $f\left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{128}{9}$

b) i) $x^2 + 2x - 15 = 20 \Rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0$ $\quad \Delta = 2^2 - 4\cdot 1\cdot(-35) = 144$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{144}}{2\cdot 1} = \frac{-2 \pm 12}{2} = \begin{cases} \frac{10}{2} = 5 \\ \frac{-14}{2} = -7 \end{cases}$ $\quad S = \{-7; 5\}$

ou Méthode Somme-Produit : $(x+7)(x-5) = 0 \Rightarrow x = -7$ ou $x = 5$

ii) $x^2 + 2x - 15 = -7 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$ $\quad \Delta = 2^2 - 4\cdot 1\cdot(-8) = 36$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2\cdot 1} = \frac{-2 \pm 6}{2} = \begin{cases} \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$ $\quad S = \{-4; 2\}$

ou Méthode Somme-Produit : $(x+4)(x-2) = 0 \Rightarrow x = -4$ ou $x = 2$

iii) $x^2 + 2x - 15 = -16 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$ $\quad \Delta = 2^2 - 4\cdot 1\cdot 1 = 0$

$x = \frac{-2}{2\cdot 1} = -1$ $\quad S = \{-1\}$

ou Produit remarquable : $(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$

Exercice 2.4 (suite)

b) iv) $x^2+2x-15=0$ $\quad \Delta = 2^2-4\cdot 1\cdot(-15)=64$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{64}}{2\cdot 1}=\frac{-2\pm 8}{2}=\begin{cases}\frac{6}{2}=3\\ \frac{-10}{2}=-5\end{cases} \qquad S=\{-5;3\}$$

ou Méthode Somme-Produit : $(x+5)(x-3)=0 \Rightarrow x=-5$ ou $x=3$

v) $x^2+2x-15=5 \Rightarrow x^2+2x-20=0$ $\quad \Delta=2^2-4\cdot 1\cdot(-20)=84$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{84}}{2\cdot 1}=\begin{cases}\frac{-2+\sqrt{84}}{2}\simeq 3{,}58\\ \frac{-2-\sqrt{84}}{2}\simeq -5{,}58\end{cases} \qquad S=\{-5{,}58;\ 3{,}58\}$$

vi) $x^2+2x-15=-20 \Rightarrow x^2+2x+5=0$ $\quad \Delta=2^2-4\cdot 1\cdot 5=-16<0$

$S=\emptyset$

c) i) $(-12;1)$? $\quad f(-12)=105\neq 1$ Non

ii) $(1;-12)$? $\quad f(1)=-12$ Oui

iii) $(12;-1)$? $\quad f(12)=153$ Non

iv) $(-4;-39)$? $\quad f(-4)=-7$ Non

v) $(-4;-7)$? $\quad f(-4)=-7$ Oui

vi) $(0;-5)$? $\quad f(0)=-15$ Non

vii) $(-5;0)$? $\quad f(-5)=0$ Oui

viii) $(0;0)$? $\quad f(0)=-15$ Non

ix) $\left(\frac{1}{2};-\frac{55}{4}\right)$? $\quad f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{55}{4}$ Oui

Exercice 2.4 (suite)

d) i) $(1; \dots)$ $f(1) = -12$ $\Rightarrow$ $(1; -12)$

ii) $(2; \dots)$ $f(2) = -7$ $\Rightarrow$ $(2; -7)$

iii) $\left(\frac{1}{2}; \dots\right)$ $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{55}{4}$ $\Rightarrow$ $\left(\frac{1}{2}; -\frac{55}{4}\right)$

iv) $(5; \dots)$ $f(5) = 20$ $\Rightarrow$ $(5; 20)$

v) $(-11; \dots)$ $f(-11) = 84$ $\Rightarrow$ $(-11; 84)$

vi) $(0; \dots)$ $f(0) = -15$ $\Rightarrow$ $(0; -15)$

vii) $(\dots; 0)$ $f(x) = 0$ $\overset{b)iv)}{\Rightarrow}$ $S = \{-5; 3\}$ $\Rightarrow$ $(-5; 0)$ et $(3; 0)$

viii) $(\dots; 20)$ $f(x) = 20$ $\overset{b)i)}{\Rightarrow}$ $S = \{-7; 5\}$ $\Rightarrow$ $(-7; 20)$ et $(5; 20)$

ix) $(\dots; -7)$ $f(x) = -7$ $\overset{b)ii)}{\Rightarrow}$ $S = \{-4; 2\}$ $\Rightarrow$ $(-4; -7)$ et $(2; -7)$

x) $(\dots; 9)$ $f(x) = 9$ $\Rightarrow$ $x^2 + 2x - 15 = 9$ $\Rightarrow$ $x^2 + 2x - 24 = 0$

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 100$ $\quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 10}{2} = \begin{cases} \frac{8}{2} = 4 \\ \frac{-12}{2} = -6 \end{cases}$

$\Rightarrow$ $(4; 9)$ et $(-6; 9)$

xi) $(\dots; -16)$ $f(x) = -16$ $\overset{b)iii)}{\Rightarrow}$ $S = \{-1\}$ $\Rightarrow$ $(-1; -16)$

2.5 Déterminer les coordonnées du sommet, des intersections avec les axes de référence et discuter de la convexité du graphique des fonctions suivantes :

a) $a(x) = x^2 + 12x + 11$

b) $b(x) = x^2 + 4x$

c) $c(x) = x^2 + x + 1$

d) $d(x) = x^2 - 0{,}2x - 0{,}24$

e) $e(x) = \frac{4x}{3} - x^2 - \frac{4}{9}$

f) $f(x) = 0{,}5 - 0{,}2x - 0{,}3x^2$

g) $g(x) = \frac{x^2}{3} - 2x + 3$

h) $h(x) = 0{,}25x^2 - x - 1{,}25$

i) $i(x) = \frac{4}{3}x - 1 - \frac{1}{2}x^2$

j) $j(x) = x^2 - 5$

k) $k(x) = 7x^2 + 8x + 1$

l) $l(x) = 15x^2 + x - 2$

m) $m(x) = 20 + 8x - x^2$

a) $a(x) = x^2 + 12x + 11$

- $a = 1 > 0 \Rightarrow$ convexe $\cup$
- ordonnée à l'origine : $a(0) = 11 \Rightarrow H(0;11)$
- zéros : $x^2 + 12x + 11 = 0$ $\quad \Delta = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 11 = 100$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{-12 \pm 10}{2} = \begin{cases} \frac{-2}{2} = -1 \\ \frac{-22}{2} = -11 \end{cases} \Rightarrow Z_1(-11;0) \text{ et } Z_2(-1;0)$$

ou Méthode Somme-Produit : $(x+1)(x+11) = 0 \Rightarrow x = -11$ ou $x = -1$

- sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2 \cdot 1} = -6$

$a(-6) = -25 \Rightarrow S(-6;-25)$

b) $b(x) = x^2 + 4x$

- $a = 1 > 0 \Rightarrow$ convexe $\cup$
- ordonnée à l'origine : $b(0) = 0 \Rightarrow H(0;0)$
- zéros : $x^2 + 4x = 0$ $\quad \Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 16$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{0}{2} = 0 \\ \frac{-8}{2} = -4 \end{cases} \Rightarrow Z_1(-4;0) \text{ et } Z_2(0,0)$$

ou Mise en évidence : $x(x+4) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = -4$

- sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -2$

$b(-2) = -4 \Rightarrow S(-2;-4)$

Exercice 2.5 (suite)

c) $c(x) = x^2 + x + 1$

- $a = 1 > 0 \Rightarrow$ convexe $\cup$
- ordonnée à l'origine : $c(0) = 1 \Rightarrow H(0;1)$
- zéros : $x^2 + x + 1 = 0 \qquad \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0$

  $\Rightarrow$ pas de zéros
- sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2}$

  $c\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$

d) $d(x) = x^2 - 0{,}2x - 0{,}24$

- $a = 1 > 0 \Rightarrow$ convexe $\cup$
- ordonnée à l'origine : $d(0) = -0{,}24 \Rightarrow H(0; -0{,}24)$
- zéros : $x^2 - 0{,}2x - 0{,}24 = 0 \qquad \Delta = (-0{,}2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-0{,}24) = 1$

  $x = \frac{-(-0{,}2) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{0{,}2 \pm 1}{2} = \begin{cases} 0{,}6 \\ -0{,}4 \end{cases} \Rightarrow z_1(0{,}6; 0) \text{ et } z_2(-0{,}4, 0)$
- sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-0{,}2}{2 \cdot 1} = 0{,}1$

  $d(0{,}1) = -0{,}25 \Rightarrow S(0{,}1; -0{,}25)$

e) $e(x) = \frac{4x}{3} - x^2 - \frac{4}{9} = -x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{4}{9}$

- $a = -1 < 0 \Rightarrow$ concave $\cap$
- ordonnée à l'origine : $e(0) = -\frac{4}{9} \Rightarrow H\left(0; -\frac{4}{9}\right)$
- zéros : $-x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{4}{9} = 0 \qquad \Delta = \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) = 0$

  $x = \frac{-4/3}{2 \cdot (-1)} = \frac{2}{3} \Rightarrow z\left(\frac{2}{3}; 0\right)$
- sommet : identique au zéro $\Rightarrow S\left(\frac{2}{3}; 0\right)$

Exercice 2.5 (suite)

f) $f(x) = 0{,}5 - 0{,}2x - 0{,}3x^2 = -0{,}3x^2 - 0{,}2x + 0{,}5$

- $a = -0{,}3 < 0 \Rightarrow$ concave $\cap$
- ordonnée à l'origine : $f(0) = 0{,}5 \Rightarrow H(0; 0{,}5)$
- zéros : $-0{,}3x^2 - 0{,}2x + 0{,}5 = 0$ $\quad \Delta = (-0{,}2)^2 - 4 \cdot (-0{,}3) \cdot 0{,}5 = 0{,}64$

  $x = \dfrac{-(-0{,}2) \pm \sqrt{0{,}64}}{2 \cdot (-0{,}3)} = \dfrac{0{,}2 \pm 0{,}8}{-0{,}6} = \begin{cases} -\frac{5}{3} \\ 1 \end{cases}$ $\quad \Rightarrow Z_1\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$ et $Z_2(1, 0)$
- sommet : $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-0{,}2}{2 \cdot (-0{,}3)} = -\dfrac{1}{3}$

  $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{8}{15} \quad \Rightarrow \quad S\left(-\frac{1}{3}; \frac{8}{15}\right)$

g) $g(x) = \dfrac{x^2}{3} - 2x + 3 = \dfrac{1}{3}x^2 - 2x + 3$

- $a = \frac{1}{3} > 0 \Rightarrow$ convexe $\cup$
- ordonnée à l'origine : $g(0) = 3 \Rightarrow H(0; 3)$
- zéros : $\frac{1}{3}x^2 - 2x + 3 = 0$ $\quad \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 = 0$

  $x = \dfrac{-(-2)}{2 \cdot \frac{1}{3}} = 3 \quad \Rightarrow Z(3; 0)$
- sommet : identique au zéro $\Rightarrow S(3; 0)$

h) $h(x) = 0{,}25x^2 - x - 1{,}25$

- $a = 0{,}25 > 0 \Rightarrow$ convexe $\cup$
- ordonnée à l'origine : $h(0) = -1{,}25 \Rightarrow H(0; -1{,}25)$
- zéros : $0{,}25x^2 - x - 1{,}25 = 0$ $\quad \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot (-1{,}25) = 2{,}25$

  $x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{2{,}25}}{2 \cdot 0{,}25} = \dfrac{1 \pm 1{,}5}{0{,}5} = \begin{cases} 5 \\ -1 \end{cases}$ $\quad \Rightarrow Z_1(-1; 0)$ et $Z_2(5, 0)$
- sommet : $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-1}{2 \cdot 0{,}25} = 2$

  $h(2) = -2{,}25 \quad \Rightarrow \quad S(2; -2{,}25)$

Exercice 2.5 (suite)

i) $i(x) = \frac{4}{3}x - 1 - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{4}{3}x - 1$

- $a = -\frac{1}{2} < 0 \Rightarrow$ concave $\cap$
- ordonnée à l'origine : $i(0) = -1 \Rightarrow H(0; -1)$
- zéros : $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{4}{3}x - 1 = 0$ $\quad \Delta = \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-1) = -\frac{2}{9} < 0$

  $\Rightarrow$ pas de zéros
- sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4/3}{2 \cdot (-\frac{1}{2})} = \frac{4}{3}$

  $i\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{1}{9} \quad \Rightarrow \quad S\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{9}\right)$

j) $j(x) = x^2 - 5$

- $a = 1 > 0 \Rightarrow$ convexe $\cup$
- ordonnée à l'origine : $j(0) = -5 \Rightarrow H(0; -5)$
- zéros : $x^2 - 5 = 0$ $\quad \Delta = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 20$

  $x = \frac{0 \pm \sqrt{20}}{2 \cdot 1} = \frac{\pm\sqrt{20}}{2} = \begin{cases} \frac{\sqrt{20}}{2} = \sqrt{5} \\ -\frac{\sqrt{20}}{2} = -\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow z_1(-\sqrt{5}; 0)$ et $z_2(\sqrt{5}, 0)$

  ou $x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$

- sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0$

  $j(0) = -5 \quad \Rightarrow \quad S(0; -5)$

k) $k(x) = 7x^2 + 8x + 1$

- $a = 7 > 0 \Rightarrow$ convexe $\cup$
- ordonnée à l'origine : $k(0) = 1 \Rightarrow H(0; 1)$
- zéros : $7x^2 + 8x + 1 = 0$ $\quad \Delta = 8^2 - 4 \cdot 7 \cdot 1 = 36$

  $x = \frac{-8 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 7} = \frac{-8 \pm 6}{14} = \begin{cases} \frac{-2}{14} = -\frac{1}{7} \\ \frac{-14}{14} = -1 \end{cases} \Rightarrow z_1(-1; 0)$ et $z_2(-\frac{1}{7}, 0)$
- sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot 7} = -\frac{4}{7}$

  $k\left(-\frac{4}{7}\right) = -\frac{9}{7} \quad \Rightarrow \quad S\left(-\frac{4}{7}; -\frac{9}{7}\right)$

Exercice 2.5 (suite)

l) $\ell(x) = 15x^2 + x - 2$

- $a = 15 > 0 \Rightarrow$ convexe $\cup$
- ordonnée à l'origine : $\ell(0) = -2 \Rightarrow H(0; -2)$
- zéros : $15x^2 + x - 2 = 0$ $\quad \Delta = 1^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-2) = 121$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 15} = \frac{-1 \pm 11}{30} = \begin{cases} \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \\ \frac{-12}{30} = -\frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow Z_1\left(-\frac{2}{5}; 0\right) \text{ et } Z_2\left(\frac{1}{3}, 0\right)$$

- Sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2 \cdot 15} = -\frac{1}{30}$

$$\ell\left(-\frac{1}{30}\right) = -\frac{121}{60} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{30}; -\frac{121}{60}\right)$$

m) $m(x) = 20 + 8x - x^2 = -x^2 + 8x + 20$

- $a = -1 < 0 \Rightarrow$ concave $\cap$
- ordonnée à l'origine : $m(0) = 20 \Rightarrow H(0; 20)$
- zéros : $-x^2 + 8x + 20 = 0$ $\quad \Delta = 8^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 20 = 144$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{144}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-8 \pm 12}{-2} = \begin{cases} \frac{4}{-2} = -2 \\ \frac{-20}{-2} = 10 \end{cases} \Rightarrow Z_1(-2; 0) \text{ et } Z_2(10, 0)$$

- Sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot (-1)} = 4$

$$m(4) = 36 \Rightarrow S(4; 36)$$

2.6 Tracer le graphe de chacune des fonctions en vous aidant des étapes suivantes :

— Convexe/concave

— Intersection(s) avec Ox ⟶ zéros

— Sommet

— Intersection avec Oy ⟶ ordonnée à l'origine

— Un point supplémentaire bien choisi (et son symétrique)

a) $f(x) = x^2 - 4x$

c) $h(x) = 2x^2 - 4x - 2$

b) $g(x) = -x^2 + 4$

d) $i(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$

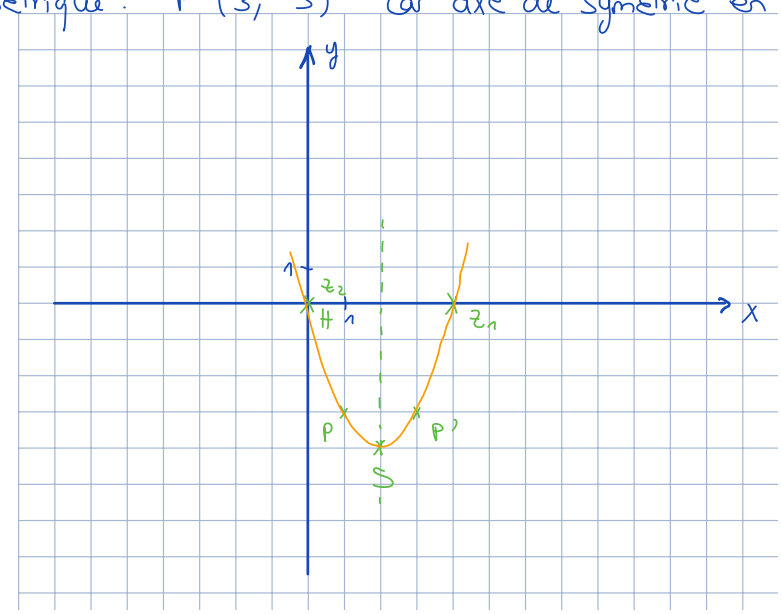
a) $f(x) = x^2 - 4x$

- $a = 1 > 0 \Rightarrow$ convexe $\cup$
- zéros : $x^2 - 4x = 0$ $\quad \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 16$

  $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 4}{2} = \begin{cases} 4 \\ 0 \end{cases}$ $\quad z_1(4;0)$ et $z_2(0;0)$

  ou Mise en évidence : $x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 4$
- Sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$ $\quad f(2) = -4 \Rightarrow S(2;-4)$
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = 0 \Rightarrow H(0;0)$
- Autre point : si $x = 1 \Rightarrow f(1) = -3 \Rightarrow P(1;-3)$

  Symétrique : $P'(3;-3)$ car axe de symétrie en $x = 2$



Exercice 2.6 (suite)

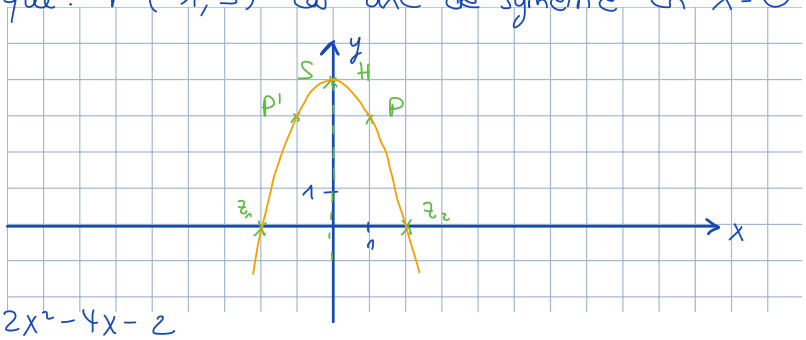
b) $g(x) = -x^2 + 4$

- $a = -1 < 0 \Rightarrow$ concave $\cap$
- zéros : $-x^2 + 4 = 0 \quad \Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 4 = 16$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (-1)} = \frac{\pm 4}{-2} = \begin{cases} -2 \\ 2 \end{cases} \qquad z_1(-2;0) \text{ et } z_2(2;0)$$

- sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0 \quad g(0) = 4 \Rightarrow S(0;4)$
- ordonnée à l'origine : $g(0) = 4 \Rightarrow H(0;4)$
- Autre point : si $x = 1 \Rightarrow g(1) = 3 \Rightarrow P(1;3)$

Symétrique : $P'(-1;3)$ car axe de symétrie en $x = 0$



c) $h(x) = 2x^2 - 4x - 2$

- $a = 2 > 0 \Rightarrow$ convexe $\cup$
- zéros : $2x^2 - 4x - 2 = 0 \quad \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 32$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{32}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm \sqrt{32}}{4} = \begin{cases} \approx 2{,}41 \\ \approx -0{,}41 \end{cases} \qquad z_1(2{,}41;0) \text{ et } z_2(-0{,}41;0)$$

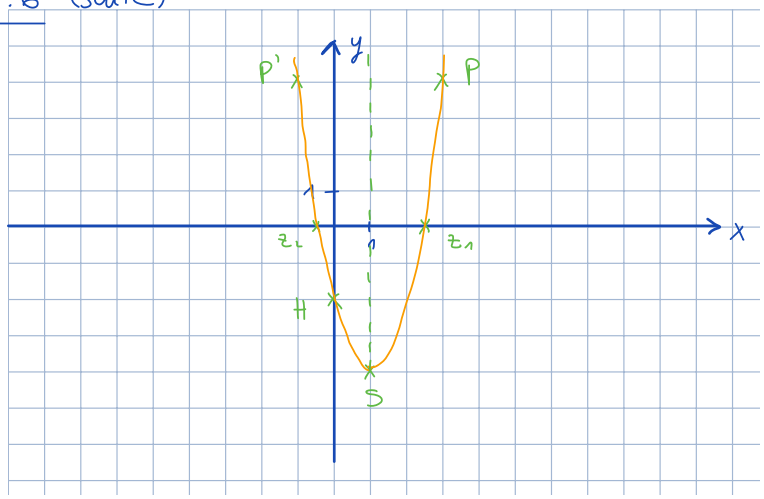
- sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 2} = 1 \quad h(1) = -4 \Rightarrow S(1;-4)$
- ordonnée à l'origine : $h(0) = -2 \Rightarrow H(0;-2)$
- Autre point : si $x = 3 \Rightarrow h(3) = 4 \Rightarrow P(3;4)$

Symétrique : $P'(-1;4)$ car axe de symétrie en $x = 1$

Graphique p. suivante

Exercice 2.6 (suite)

c) suite



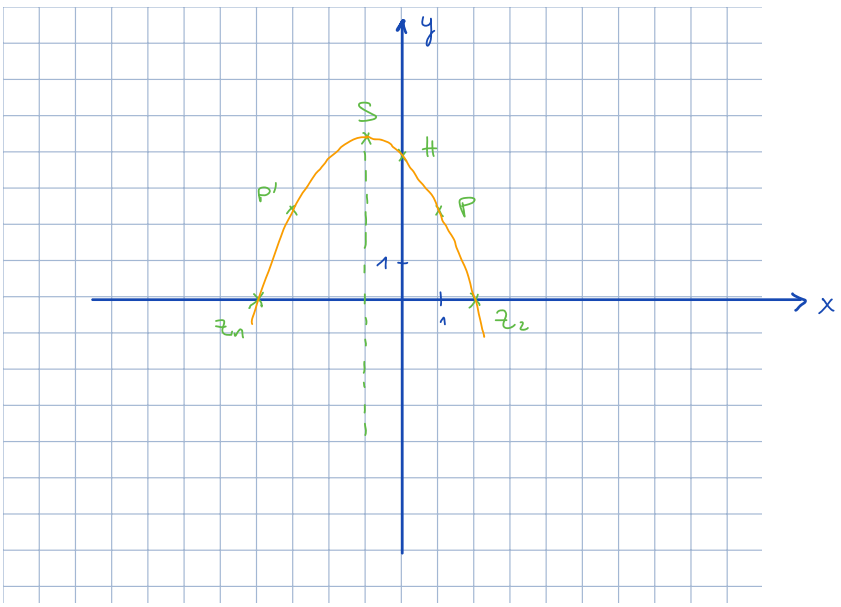
d) $i(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$

- $a = -\frac{1}{2} < 0 \Rightarrow$ concave $\cap$
- zéros : $-\frac{1}{2}x^2 - x + 4 = 0$ $\quad \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 4 = 9$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1 \pm 3}{-1} = \begin{cases} -4 \\ 2 \end{cases} \Rightarrow z_1(-4;0) \text{ et } z_2(2;0)$$

- sommet : $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-1)}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = -1$ $\quad i(-1) = \frac{9}{2} \Rightarrow S\left(-1; \frac{9}{2}\right)$
- ordonnée à l'origine : $i(0) = 4 \Rightarrow H(0;4)$
- Autre point : si $x = 1 \Rightarrow i(1) = \frac{5}{2} \Rightarrow P\left(1; \frac{5}{2}\right)$

  Symétrique : $P'\left(-3; \frac{5}{2}\right)$ car axe de symétrie en $x = -1$



2.7 On donne ci-dessous une liste d'expressions définissant des fonctions quadratiques.
Pour chacune d'entre elles :

- déterminer le sommet et toutes les intersections avec les axes ;
- esquisser le graphe correspondant.

a) $f_1(x) = x^2$

b) $f_2(x) = x^2 - 9$

c) $f_3(x) = x^2 + 5\,x + 6$

d) $f_4(x) = x^2 - x - 6$

e) $f_5(x) = 4 - x^2$

f) $f_6(x) = x^2 + x - 1$

g) $f_7(x) = x^2 - x + 1$

h) $f_8(x) = -x^2 - 4\,x + 5$

i) $f_9(x) = -2\,x^2 + 13\,x - 15$

j) $f_{10}(x) = (x - 4)\,(x + 3)$

k) $f_{11}(x) = (x - 1)^2 + 5$

l) $f_{12}(x) = 3 - (x - 1)\,(x + 1)$

m) $f_{13}(x) = (x + 2)^2 + (x - 1)^2$

n) $f_{14}(x) = -2\,(x + 2)^2 - 2$

o) $f_{15}(x) = -3\,x^2 + 4\,x + 5$

p) $f_{16}(x) = (3\,x - 2)^2 - (x + 1)$

q) $f_{17}(x) = 1 - x - x^2$

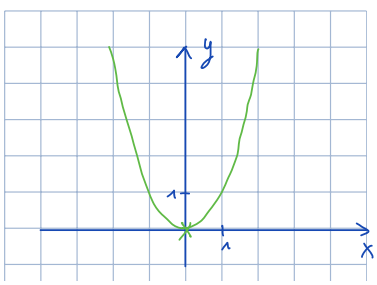
r) $f_{18}(x) = 3\,x - x^2$

s) $f_{19}(x) = -(1/2)\,x^2$

t) $f_{20}(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x$

a) $f_1(x) = x^2$ $\quad a > 0 \Rightarrow$ concave

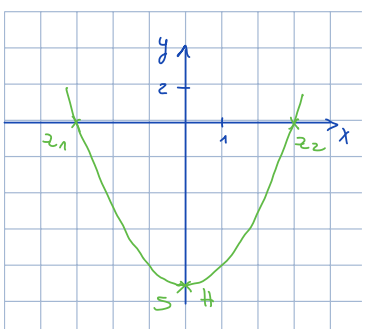
- ordonnée à l'origine : $f_1(0) = 0 \Rightarrow H(0;0)$
- zéros : $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \quad Z(0;0)$
- sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2\cdot 1} = 0 \quad f_1(0) = 0 \Rightarrow S(0;0)$



b) $f_2(x) = x^2 - 9$

- ordonnée à l'origine : $f_2(0) = -9 \Rightarrow H(0;-9)$
- zéros : $\Delta = 0^2 - 4\cdot 1\cdot(-9) = 36 \quad x = \frac{-0 \pm \sqrt{36}}{2\cdot 1} = \frac{\pm 6}{2} = \begin{cases} 3 \\ -3 \end{cases}$

  $\Rightarrow Z_1(-3;0)$ et $Z_2(3;0)$
- sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2\cdot 1} = 0 \quad f_2(0) = -9 \Rightarrow S(0;-9)$

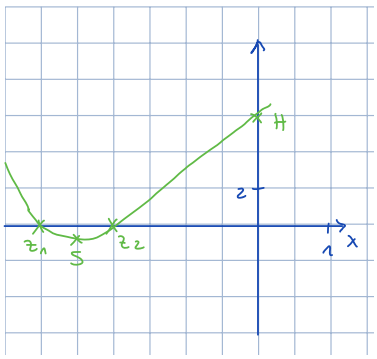


Exercice 2.7 (suite)

c) $f_3(x) = x^2 + 5x + 6$

- ordonnée à l'origine : $f_3(0) = 6 \Rightarrow H(0;6)$
- zéros : $\Delta = 1$ $\quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 1}{2} = \begin{cases} -2 \\ -3 \end{cases}$

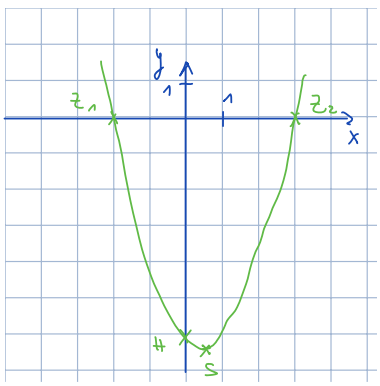
  $\Rightarrow z_1(-3;0)$ et $z_2(-2;0)$
- sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{2 \cdot 1} = -\frac{5}{2}$ $\quad f_3\left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{1}{4} \Rightarrow S\left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{4}\right)$



d) $f_4(x) = x^2 - x - 6$

- ordonnée à l'origine : $f_4(0) = -6 \Rightarrow H(0;-6)$
- zéros : $\Delta = 25$ $\quad x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$

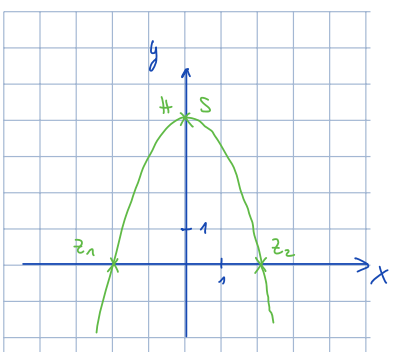
  $\Rightarrow z_1(-2;0)$ et $z_2(3;0)$
- sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$ $\quad f_4\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{25}{4} \Rightarrow S\left(\frac{1}{2}; -\frac{25}{4}\right)$



e) $f_5(x) = 4 - x^2 = -x^2 + 4$

- ordonnée à l'origine : $f_5(0) = 4 \Rightarrow H(0;4)$
- zéros : $\Delta = 16$ $\quad x = \frac{0 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (-1)} = \frac{\pm 4}{-2} = \begin{cases} -2 \\ 2 \end{cases}$

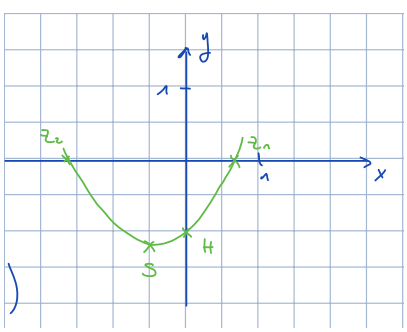
  $\Rightarrow z_1(-2;0)$ et $z_2(2;0)$
- sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2 \cdot (-1)} = 0$ $\quad f_5(0) = 4 \Rightarrow S(0;4)$



f) $f_6(x) = x^2 + x - 1$

- ordonnée à l'origine : $f_6(0) = -1 \Rightarrow H(0;-1)$
- zéros : $\Delta = 5$ $\quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} \approx 0{,}62 \\ \approx -1{,}62 \end{cases}$

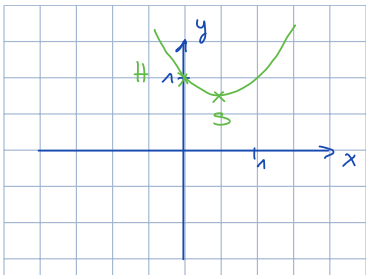
  $\Rightarrow z_1(0{,}62;0)$ et $z_2(-1{,}62;0)$
- sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2}$ $\quad f_6\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{4} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{2}; -\frac{5}{4}\right)$



Exercice 2.7 (suite)

g) $f_7(x) = x^2 - x + 1$

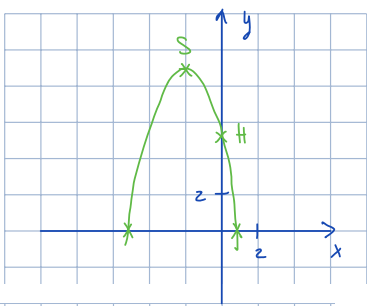
- ordonnée à l'origine : $f_7(0) = 1 \Rightarrow H(0;1)$
- zéros : $\Delta = -3 < 0 \Rightarrow$ pas de zéros
- Sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$ $\quad f_7\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow S\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$



h) $f_8(x) = -x^2 - 4x + 5$

- ordonnée à l'origine : $f_8(0) = 5 \Rightarrow H(0;5)$
- zéros : $\Delta = 36$ $\quad x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot (-1)} = \frac{4 \pm 6}{-2} = \begin{cases} -5 \\ 1 \end{cases}$

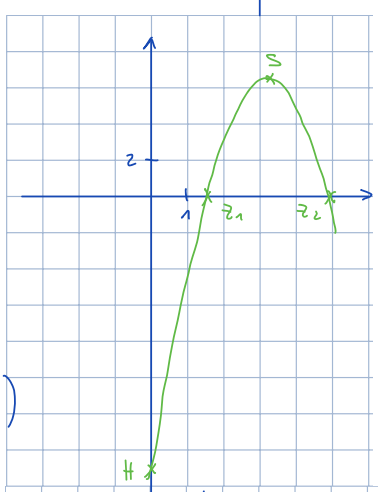
  $\Rightarrow z_1(-5;0)$ et $z_2(1;0)$
- Sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot (-1)} = -2$ $\quad f(-2) = 9 \Rightarrow S(-2;9)$



i) $f_9(x) = -2x^2 + 13x - 15$

- ordonnée à l'origine : $f_9(0) = -15 \Rightarrow H(0;-15)$
- zéros : $\Delta = 49$ $\quad x = \frac{-13 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-13 \pm 7}{-4} = \begin{cases} \frac{3}{2} \\ 5 \end{cases}$

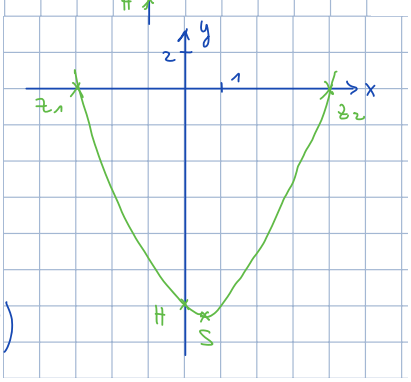
  $\Rightarrow z_1\left(\frac{3}{2};0\right)$ et $z_2(5;0)$
- Sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-13}{2 \cdot (-2)} = \frac{13}{4}$ $\quad f_9\left(\frac{13}{4}\right) = \frac{49}{8} \Rightarrow S\left(\frac{13}{4}; \frac{49}{8}\right)$



j) $f_{10}(x) = (x-4)(x+3) = x^2 - x - 12$

- ordonnée à l'origine : $f_{10}(0) = -12 \Rightarrow H(0;-12)$
- zéros : $(x-4)(x+3) = 0 \Rightarrow x = 4$ et $x = -3$

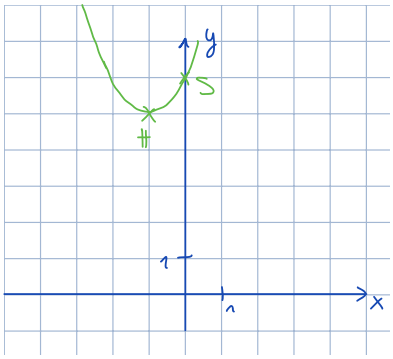
  $\Rightarrow z_1(-3;0)$ et $z_2(4;0)$
- Sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$ $\quad f_{10}\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{49}{4} \Rightarrow S\left(\frac{1}{2}; -\frac{49}{4}\right)$



Exercice 2.7 (suite)

k) $f_{11}(x) = (x-1)^2+5 = x^2-2x+1+5 = x^2-2x+6$

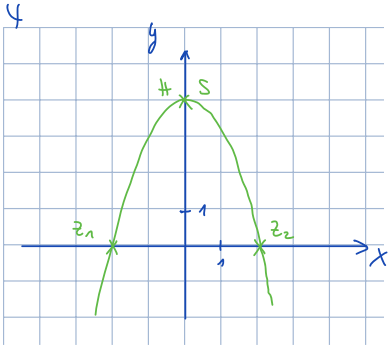
- ordonnée à l'origine : $f_{11}(0)=6 \Rightarrow H(0;6)$
- zéros : $\Delta = -20 < 0 \Rightarrow$ pas de zéros
- Sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2\cdot 1} = -1$ $\quad f_{11}(-1)=5 \Rightarrow S(-1;5)$



l) $f_{12}(x) = 3-(x-1)(x+1) = 3-(x^2-1) = 3-x^2+1 = -x^2+4$

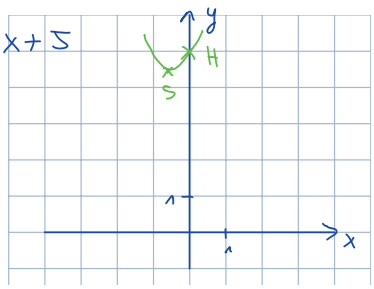
- ordonnée à l'origine : $f_{12}(0)=4 \Rightarrow H(0;4)$
- zéros : $\Delta = 16$ $\quad x = \frac{0 \pm \sqrt{16}}{2\cdot(-1)} = \frac{\pm 4}{-2} = \begin{cases} -2 \\ 2 \end{cases}$

  $\Rightarrow z_1(-2;0)$ et $z_2(2;0)$
- Sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2\cdot(-1)} = 0$ $\quad f_{12}(0) = 4 \Rightarrow S(0;4)$



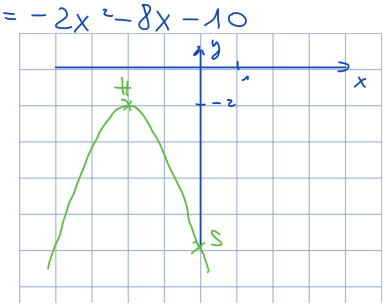
m) $f_{13}(x) = (x+2)^2+(x-1)^2 = x^2+4x+4+x^2-2x+1 = 2x^2+2x+5$

- ordonnée à l'origine : $f_{13}(0)=5 \Rightarrow H(0;5)$
- zéros : $\Delta = -36 < 0 \Rightarrow$ pas de zéro
- Sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2\cdot 2} = -\frac{1}{2}$ $\quad f_{13}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{2};\frac{9}{2}\right)$



n) $f_{14}(x) = -2(x+2)^2-2 = -2(x^2+4x+4)-2 = -2x^2-8x-8-2 = -2x^2-8x-10$

- ordonnée à l'origine : $f_{14}(0)=-10 \Rightarrow H(0;-10)$
- zéros : $\Delta = -16 \Rightarrow$ pas de zéro
- Sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2\cdot(-2)} = -2$ $\quad f_{14}(-2) = -2 \Rightarrow S(-2;-2)$

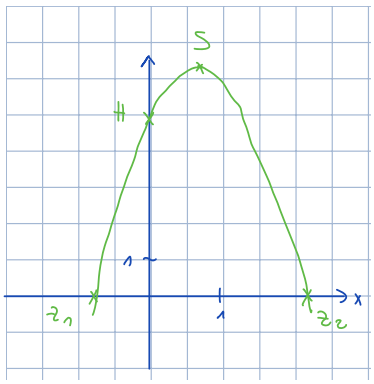


Exercice 2.7 (suite)

o) $f_{15}(x) = -3x^2 + 4x + 5$

- ordonnée à l'origine : $f(0) = 5 \Rightarrow H(0;5)$
- zéros : $\Delta = 76$ $\quad x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{76}}{2\cdot(-3)} = \dfrac{-4 \pm \sqrt{76}}{-6} = \begin{cases} \sim -0{,}79 \\ \sim 2{,}12 \end{cases}$

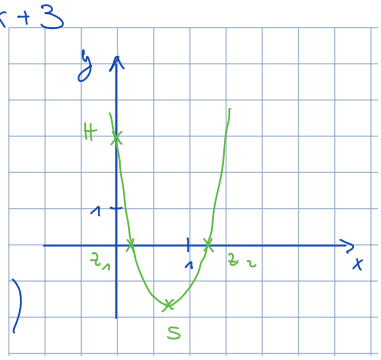
  $\Rightarrow z_1(-0{,}79\,;0)$ et $z_2(2{,}12\,;0)$
- sommet : $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-4}{2\cdot(-3)} = \dfrac{2}{3}$ $\quad f_{15}\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{19}{3} \Rightarrow S\left(\dfrac{2}{3}\,;\dfrac{19}{3}\right)$



p) $f_{16}(x) = (3x-2)^2 - (x+1) = 9x^2 - 12x + 4 - x - 1 = 9x^2 - 13x + 3$

- ordonnée à l'origine : $f(0) = 3 \Rightarrow H(0;3)$
- zéros : $\Delta = 61$ $\quad x = \dfrac{-(-13) \pm \sqrt{61}}{2\cdot 9} = \dfrac{13 \pm \sqrt{61}}{18} = \begin{cases} \sim 1{,}16 \\ \sim 0{,}29 \end{cases}$

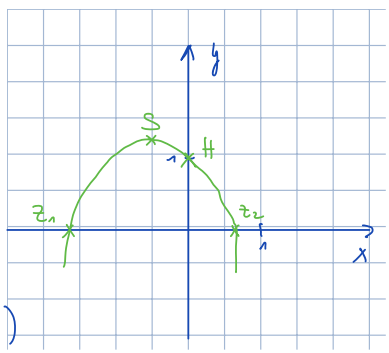
  $\Rightarrow z_1(0{,}29\,;0)$ et $z_2(1{,}16\,;0)$
- sommet : $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-(-13)}{2\cdot 9} = \dfrac{13}{18}$ $\quad f_{16}\left(\dfrac{13}{18}\right) = -\dfrac{61}{36} \Rightarrow S\left(\dfrac{13}{18}\,;-\dfrac{61}{36}\right)$



q) $f_{17}(x) = 1 - x - x^2 = -x^2 - x + 1$

- ordonnée à l'origine : $f_{17}(0) = 1 \Rightarrow H(0;1)$
- zéros : $\Delta = 5$ $\quad x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{5}}{2\cdot(-1)} = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{-2} = \begin{cases} \sim -1{,}62 \\ \sim 0{,}62 \end{cases}$

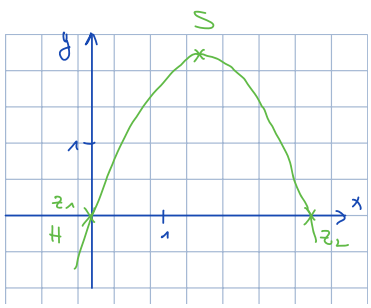
  $\Rightarrow z_1(-1{,}62\,;0)$ et $z_2(0{,}62\,;0)$
- sommet : $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-(-1)}{2\cdot(-1)} = -\dfrac{1}{2}$ $\quad f_{17}\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{5}{4} \Rightarrow S\left(-\dfrac{1}{2}\,;\dfrac{5}{4}\right)$



r) $f_{18}(x) = 3x - x^2 = -x^2 + 3x$

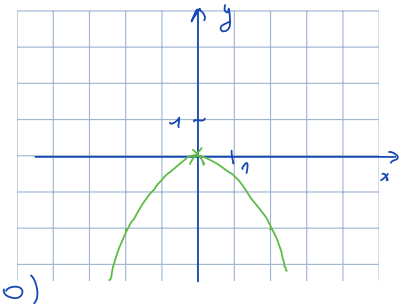
- ordonnée à l'origine : $f_{18}(0) = 0 \Rightarrow H(0;0)$
- zéros : $\Delta = 3^2 - 4\cdot(-1)\cdot 0 = 9$ $\quad x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9}}{2\cdot(-1)} = \dfrac{-3 \pm 3}{-2} = \begin{cases} 0 \\ 3 \end{cases}$

  $\Rightarrow z_1(0\,;0)$ et $z_2(3\,;0)$
- sommet : $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-3}{2\cdot(-1)} = \dfrac{3}{2}$ $\quad f_{18}\left(\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{9}{4} \Rightarrow S\left(\dfrac{3}{2}\,;\dfrac{9}{4}\right)$



Exercice 2.7 (suite)

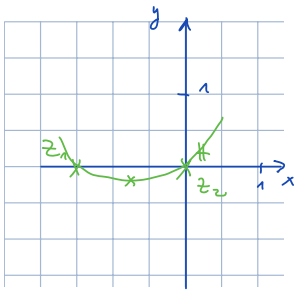
s) $f_{19}(x) = -\frac{1}{2}x^2$ $\quad a < 0 \Rightarrow$ convexe



- ordonnée à l'origine : $f_{19}(0) = 0 \Rightarrow H(0;0)$
- zéros : $\Delta = 0 \quad x = \frac{-0}{2\cdot(-\frac{1}{2})} = \frac{0}{-1} = 0$

  $\Rightarrow Z(0;0)$
- sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2\cdot(-\frac{1}{2})} = 0 \quad f_{19}(0) = 0 \Rightarrow S(0;0)$

t) $f_{20}(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x$



- ordonnée à l'origine : $f_{20}(0) = 0 \Rightarrow H(0;0)$
- zéros : $\Delta = \frac{1}{4} \quad x = \frac{-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}}{2\cdot\frac{1}{3}} = \frac{-\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} = \begin{cases} 0 \\ \frac{-1}{\frac{2}{3}} = -\frac{3}{2} \end{cases}$

  $\Rightarrow Z_1(-\frac{3}{2};0)$ et $Z_2(0;0)$
- sommet : $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-\frac{1}{2}}{2\cdot\frac{1}{3}} = -\frac{3}{4} \quad f_{20}(-\frac{3}{4}) = -\frac{3}{16} \Rightarrow S(-\frac{3}{4};-\frac{3}{16})$

2.8 a) Déterminer les points d'intersection des graphes de $f(x) = x^2 - 5x + 4$ et $g(x) = -4x + 10$.

b) Vérifier que la parabole d'équation $y = (x-3)^2$ est tangente à la droite $y = 2x - 7$ et déterminer les coordonnées du point de contact.

c) Déterminer les points d'intersection des graphes de $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ et $g(x) = 3x^2 - 12x + 18$.

d) Déterminer les points d'intersection des graphes de $f(x) = -x^2 + 13x - 48$ et $g(x) = x^2 - 11x + 24$.

e) Déterminer les points d'intersection des graphes de $f(x) = x^2 + x$ et $g(x) = 2x^2 - 6$.

a) $x^2 - 5x + 4 = -4x + 10$

$x^2 - x - 6 = 0$ $\quad \Delta = 25$ $\quad x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \dfrac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$

ou Méthode Somme-Produit : $(x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 3$ et $x = -2$

si $x = 3 \Rightarrow y = -4 \cdot 3 + 10 = -2$

si $x = -2 \Rightarrow y = -4 \cdot (-2) + 10 = 18$

$\Rightarrow$ $I_1(3; -2)$ et $I_2(-2; 18)$

b) $(x-3)^2 = 2x - 7$

$x^2 - 6x + 9 = 2x - 7$

$x^2 - 8x + 16 = 0$ $\quad \Delta = 0$ $\quad x = \dfrac{-(-8)}{2 \cdot 1} = \dfrac{8}{2} = 4$

ou Produit Remarquable : $(x-4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4$

si $x = 4 \Rightarrow y = 2 \cdot 4 - 7 = 1 \Rightarrow I(4; 1)$

Un point d'intersection $\Rightarrow$ tangentes

c) $2x^2 - 4x + 3 = 3x^2 - 12x + 18$

$-x^2 + 8x - 15 = 0$ $\quad \Delta = 4$ $\quad x = \dfrac{-8 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot (-1)} = \dfrac{-8 \pm 2}{-2} = \begin{cases} 3 \\ 5 \end{cases}$

ou $: (-1) \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0$ et Somme-Produit $(x-3)(x-5) = 0$
$\Rightarrow x = 3$ et $x = 5$

si $x = 3 \Rightarrow y = 2 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9$

si $x = 5 \Rightarrow y = 2 \cdot 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 33$

$\Rightarrow$ $I_1(3; 9)$ et $I_2(5; 33)$

Exercice 2.8

d) $-x^2 + 13x - 48 = x^2 - 11x + 24$

$-2x^2 + 24x - 72 = 0 \qquad \Delta = 0 \qquad x = \frac{-24}{2 \cdot (-2)} = 6$

ou $:(-2) \Rightarrow x^2 - 12x + 36 = 0$ et Produit remarquable $(x-6)^2 = 0 \Rightarrow x = 6$

si $x = 6 \Rightarrow y = 6^2 - 11 \cdot 6 + 24 = -6 \qquad \Rightarrow \underline{I(6; -6)}$

e) $x^2 + x = 2x^2 - 6$

$-x^2 + x + 6 = 0 \qquad \Delta = 25 \qquad x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-1 \pm 5}{-2} = \begin{cases} -2 \\ 3 \end{cases}$

ou $:(-1) \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$ et Somme Produit $\Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 3$ et $x = -2$

si $x = -2 \Rightarrow y = (-2)^2 + (-2) = 2$

si $x = 3 \Rightarrow y = 3^2 + 3 = 12$

$\Rightarrow \underline{I_1(-2; 2) \text{ et } I_2(3; 12)}$

2.9 On considère la parabole donnée par

$$y = -2\,x^2 + 4\,x + 3$$

et la droite d'équation

$$y = x - 2$$

a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection des graphiques de la parabole et de la droite.

b) Déterminer la distance verticale maximale entre la parabole et la droite entre les deux points d'intersection.

a) $-2x^2+4x+3 = x-2$

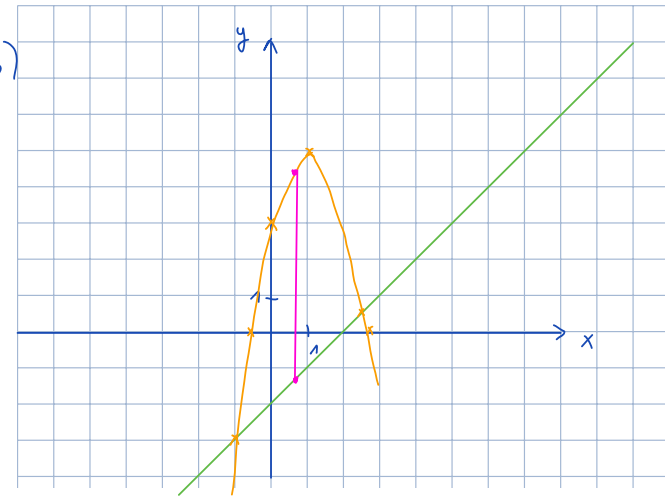
$-2x^2+3x+5=0$ $\quad \Delta = 49$ $\quad x = \dfrac{-3\pm\sqrt{49}}{2\cdot(-2)} = \dfrac{-3\pm 7}{-4} = \begin{cases} -1 \\ \frac{5}{2} \end{cases}$

Si $x=-1 \Rightarrow y=-1-2=-3$

Si $x=\frac{5}{2} \Rightarrow y=\frac{5}{2}-2=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ $I_1(-1;-3)$ et $I_2\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right)$

b)



Droite $y = x-2$ $\quad m=1,\ h=-2$

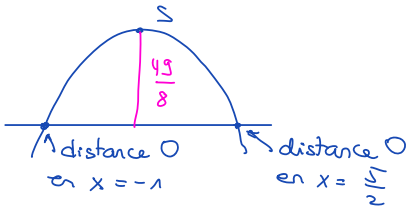
Parabole $y=-2x^2+4x+3$

- $H(0;3)$
- zéros : $\Delta = 40$ $\quad x = \dfrac{-4\pm\sqrt{40}}{-4} = \begin{cases} \approx -0{,}58 \\ \approx 2{,}58 \end{cases}$
- sommet : $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-4}{2\cdot(-2)} = 1$

  $y=5 \Rightarrow S(1;5)$

la distance entre la parabole et la droite donne une nouvelle parabole $y=-2x^2+3x+5$

$\Rightarrow$ distance maximale au sommet de cette parabole



$\Rightarrow x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-3}{2\cdot(-2)} = \dfrac{3}{4}$

$y = -2\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 3\cdot\frac{3}{4} + 5 = \frac{49}{8} \Rightarrow S\left(\frac{3}{4};\frac{49}{8}\right)$

$\Rightarrow$ distance maximale $= \dfrac{49}{8} = 6{,}125$